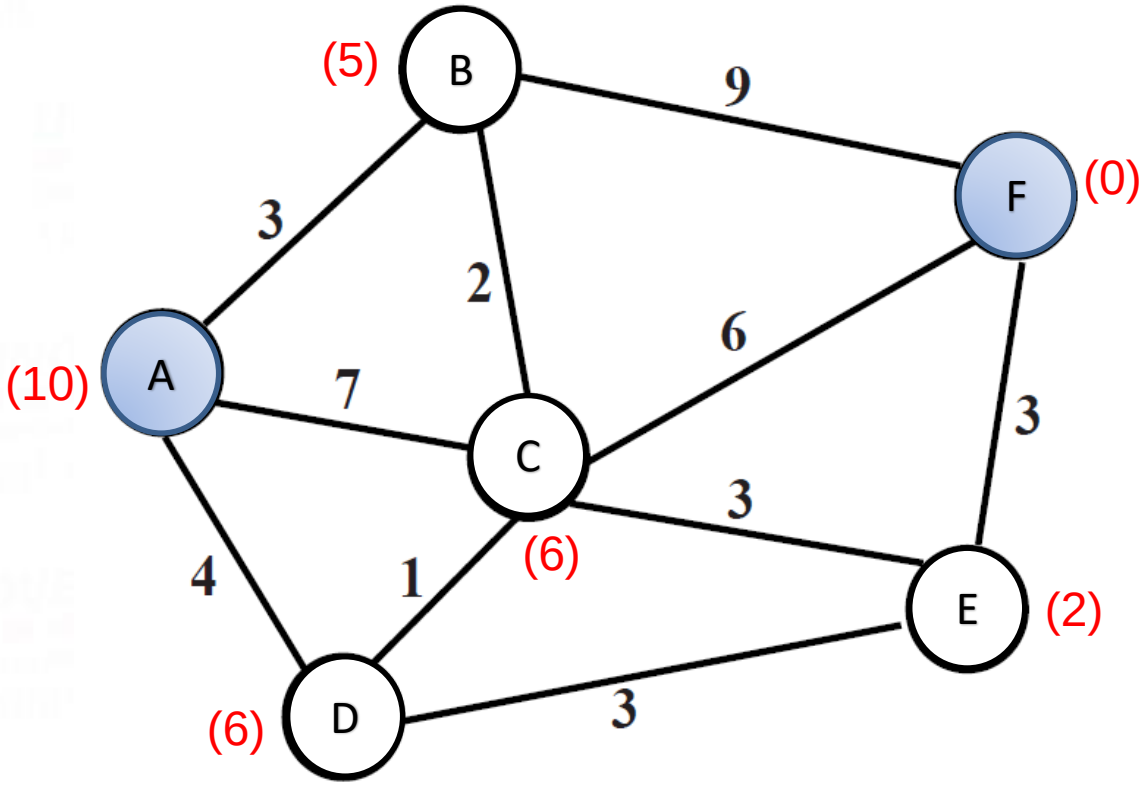
UNINOVE
Universidade Nove de Julho
A UNINOVE É SEMPRE 10

Funcionamento dos algoritmos Menor Custo, Dijkstra, Melhor Estimativa e A*

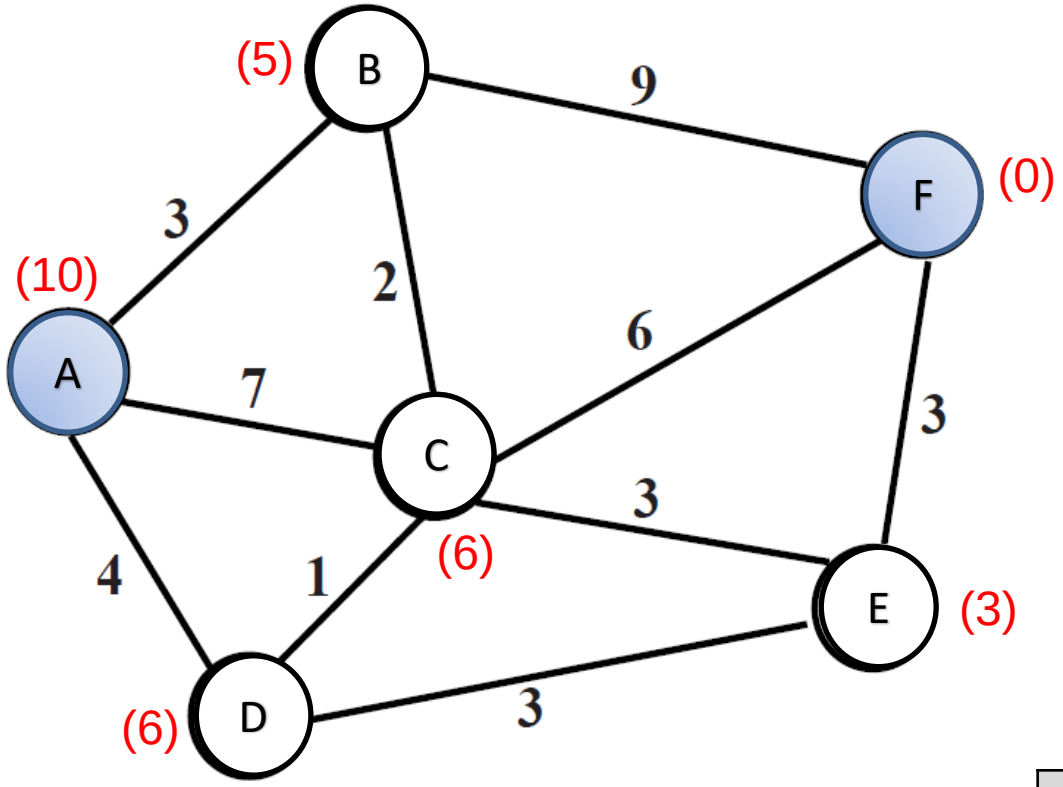
Prof. Dr. Peterson Belan

Exercício 1

Considere o **Problema de Caminho Mínimo** no qual se deseja encontrar um caminho que leve da cidade ***A*** até a cidade ***F***. No grafo abaixo cada arco indica a distância em km entre as cidades e entre parênteses estão indicadas as estimativas de tempo até a cidade destino. Formalize o problema e encontre rotas utilizando as seguintes estratégias de busca: Largura, Profundidade, Menor Custo, Dijkstra, Melhor Estimativa e A*.



Exercício 1 – Representação Probl.



Matriz de Adjacências/Distâncias

	A	B	C	D	E	F
A	∞	3	7	4	∞	∞
B	3	∞	2	∞	∞	9
C	7	2	∞	1	3	6
D	4	∞	1	∞	3	∞
E	∞	∞	3	3	∞	3
F	∞	9	6	∞	3	∞

Matriz heurística

h(A)	h(B)	h(C)	h(D)	h(E)	h(F)
10	5	6	6	3	0

Estado: [c]

S = {A,B,C,D,E,F}

s_0=A

G={F}

A = {vai(c_i,c_j)←aresta(c_i,c_j)}

Menor Custo

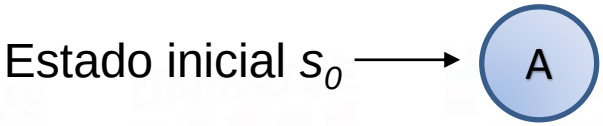
```
BuscaMenorCusto(A, s0, G)
1  Γ ← ∅
2  Σ ← {s0}
3  enquanto Σ ≠ ∅ faça
4    s ← removePrimeiro(Σ)
5    se s ∈ G então devolva caminho(s)
6    Γ ← Γ ∪ {s}
7    insereEmOrdem(sucessoresG(s, A) − Γ, Σ)
8  devolva fracasso
```

Menor Custo

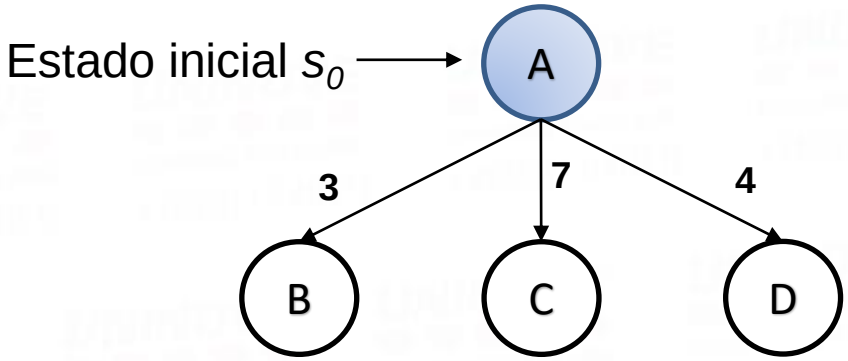
Passos para construção da árvore:

1. Coloque o estado inicial (s_0) na raiz da árvore;
2. Gere os sucessores do estado inicial e coloque-os no nível 1, com seus respectivos custos [f(s)=g(s)];
3. A partir daí, gere os sucessores do estado ***s*** de menor valor associado (usando o conjunto de ações A), independentemente do seu nível ou ramificação. A busca termina quando o estado ***s*** selecionado para gerar sucessores é estado final, ou seja, quando $s \in G$.

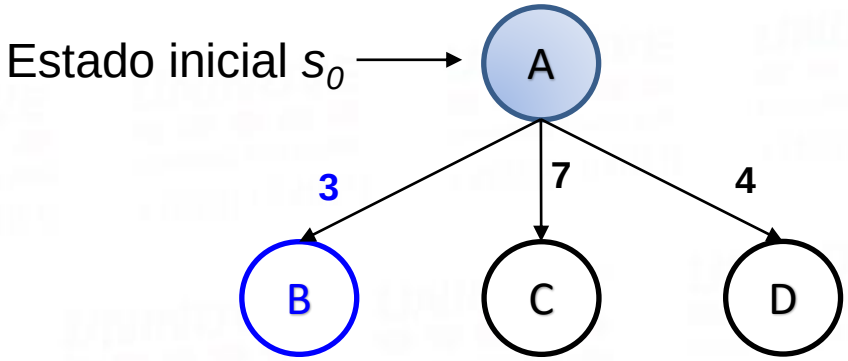
Menor Custo



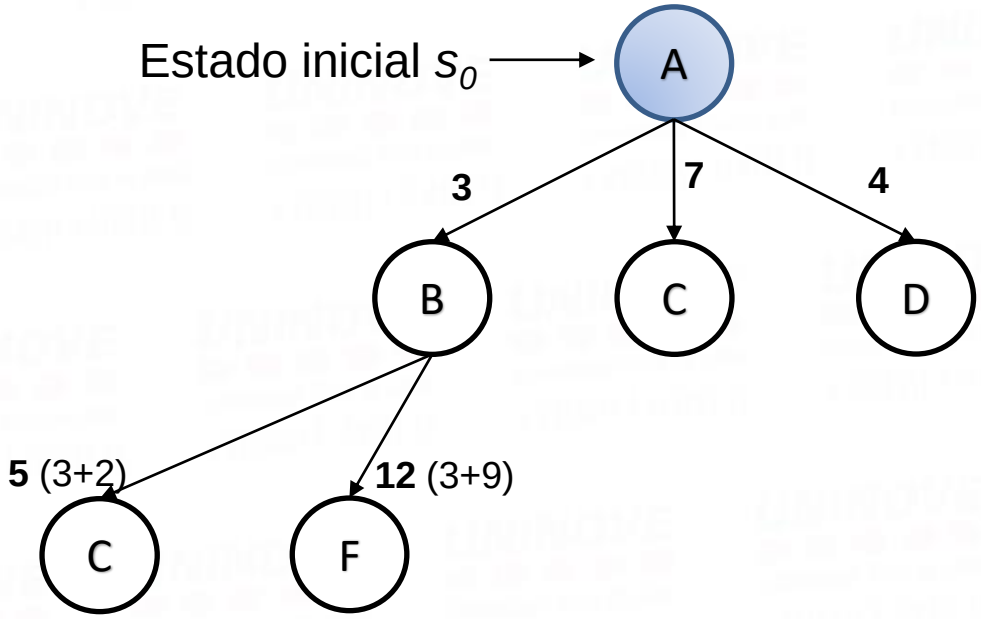
Menor Custo



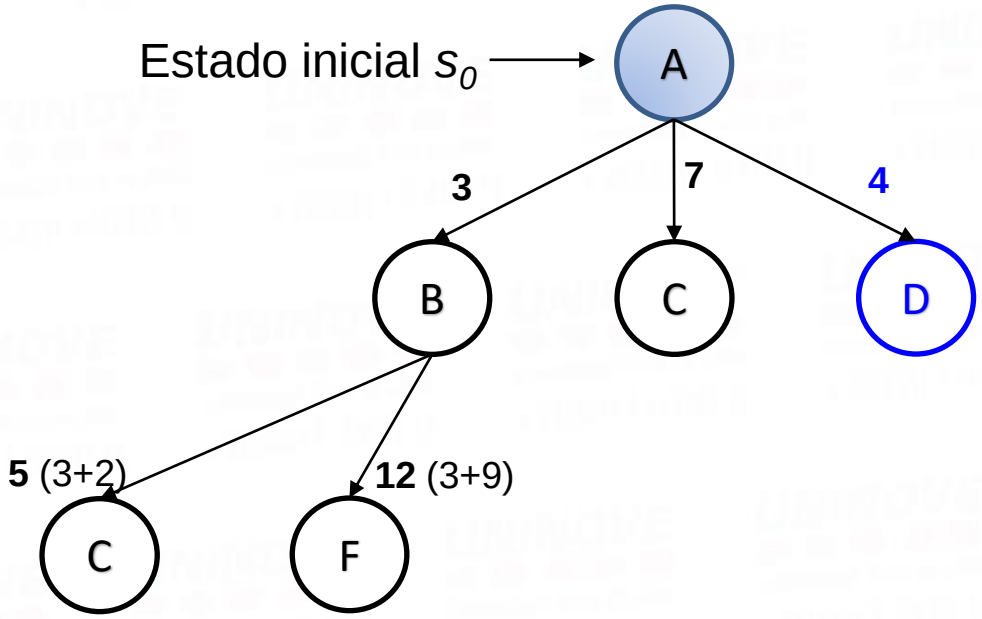
Menor Custo



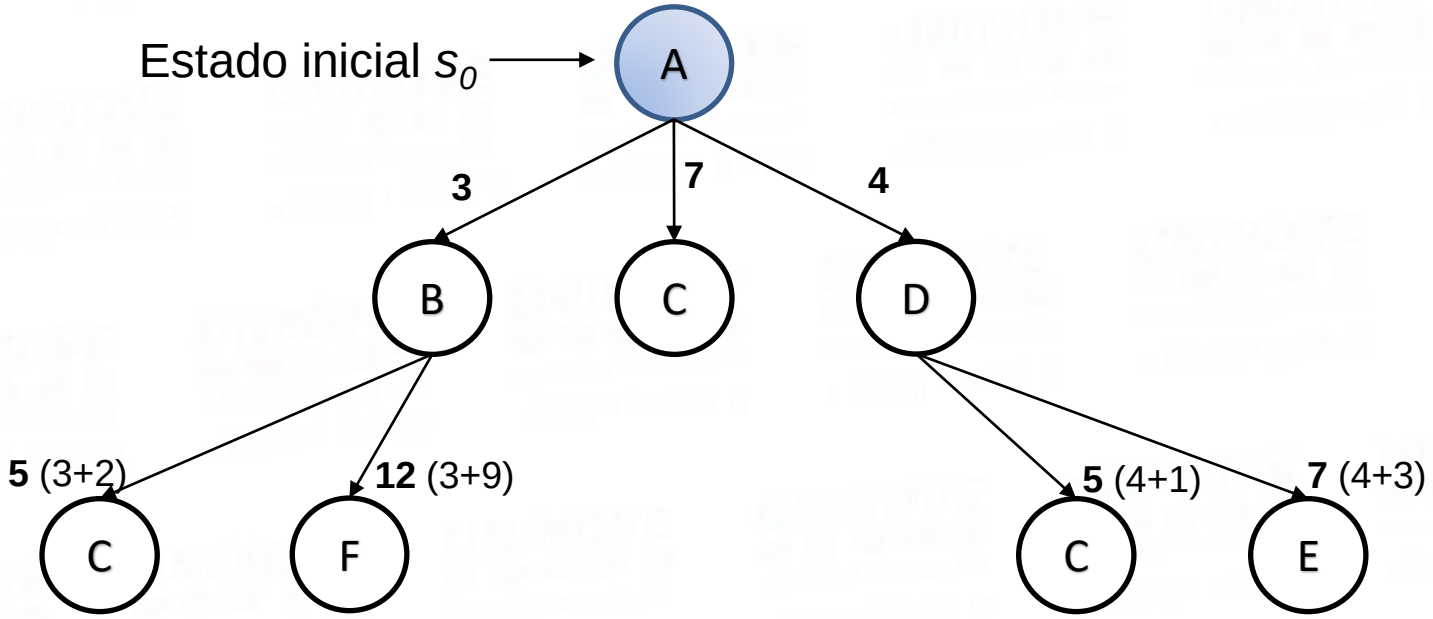
Menor Custo



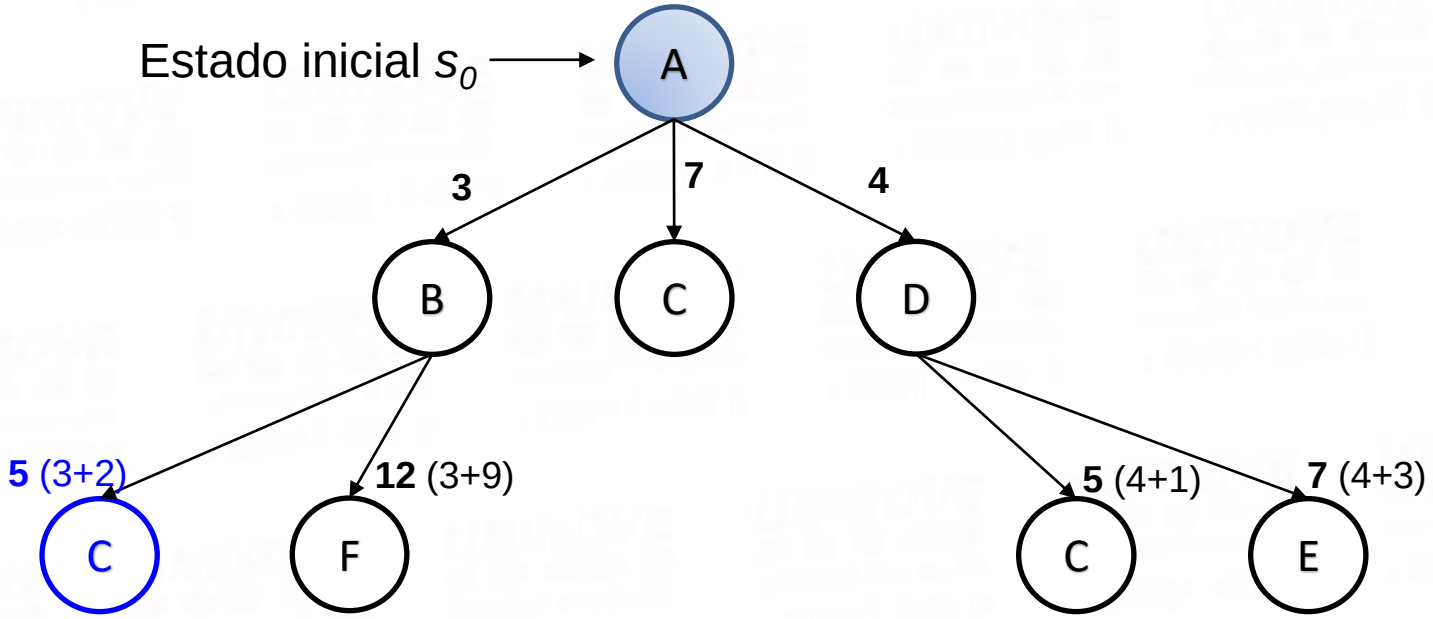
Menor Custo



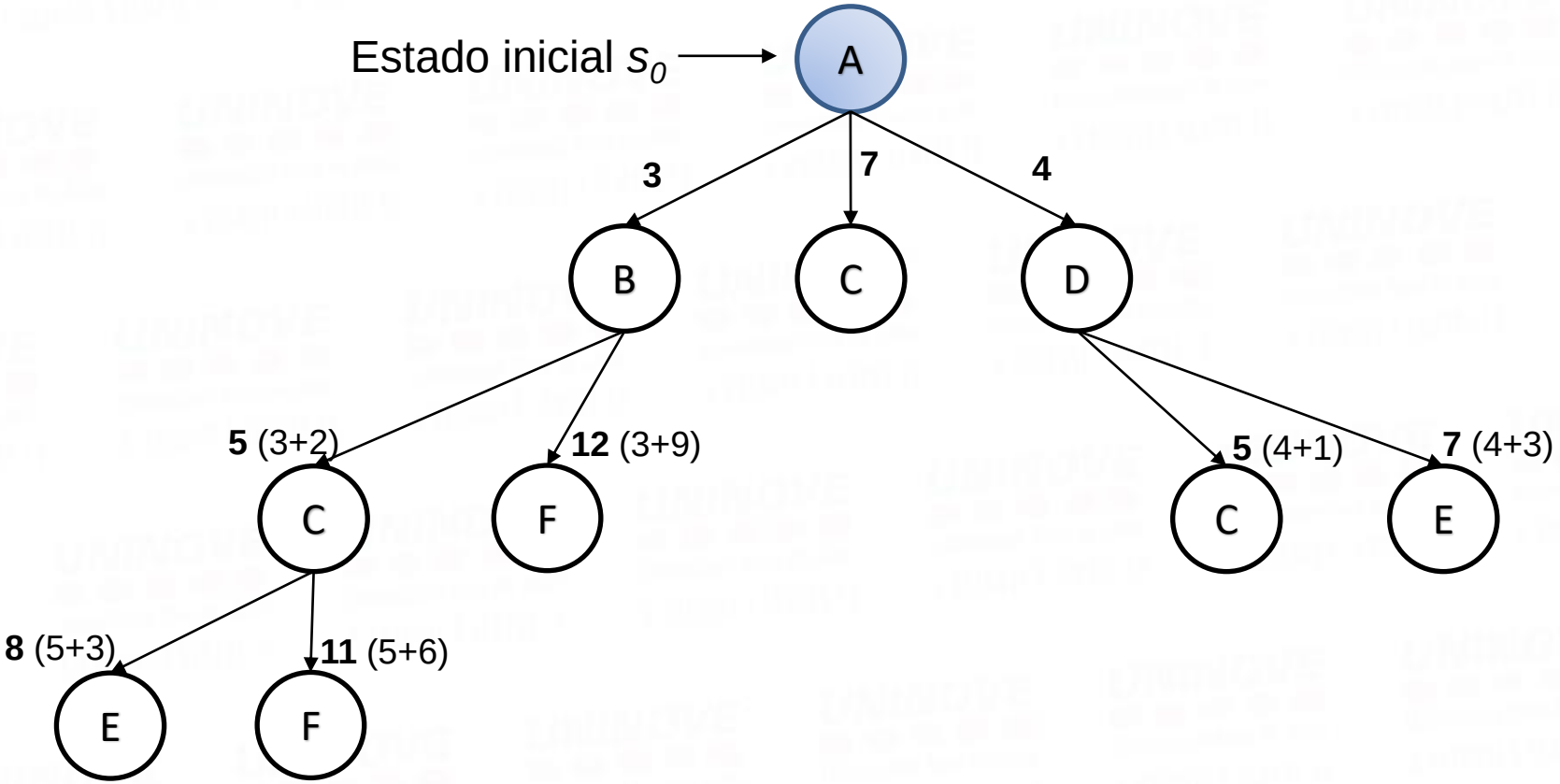
Menor Custo



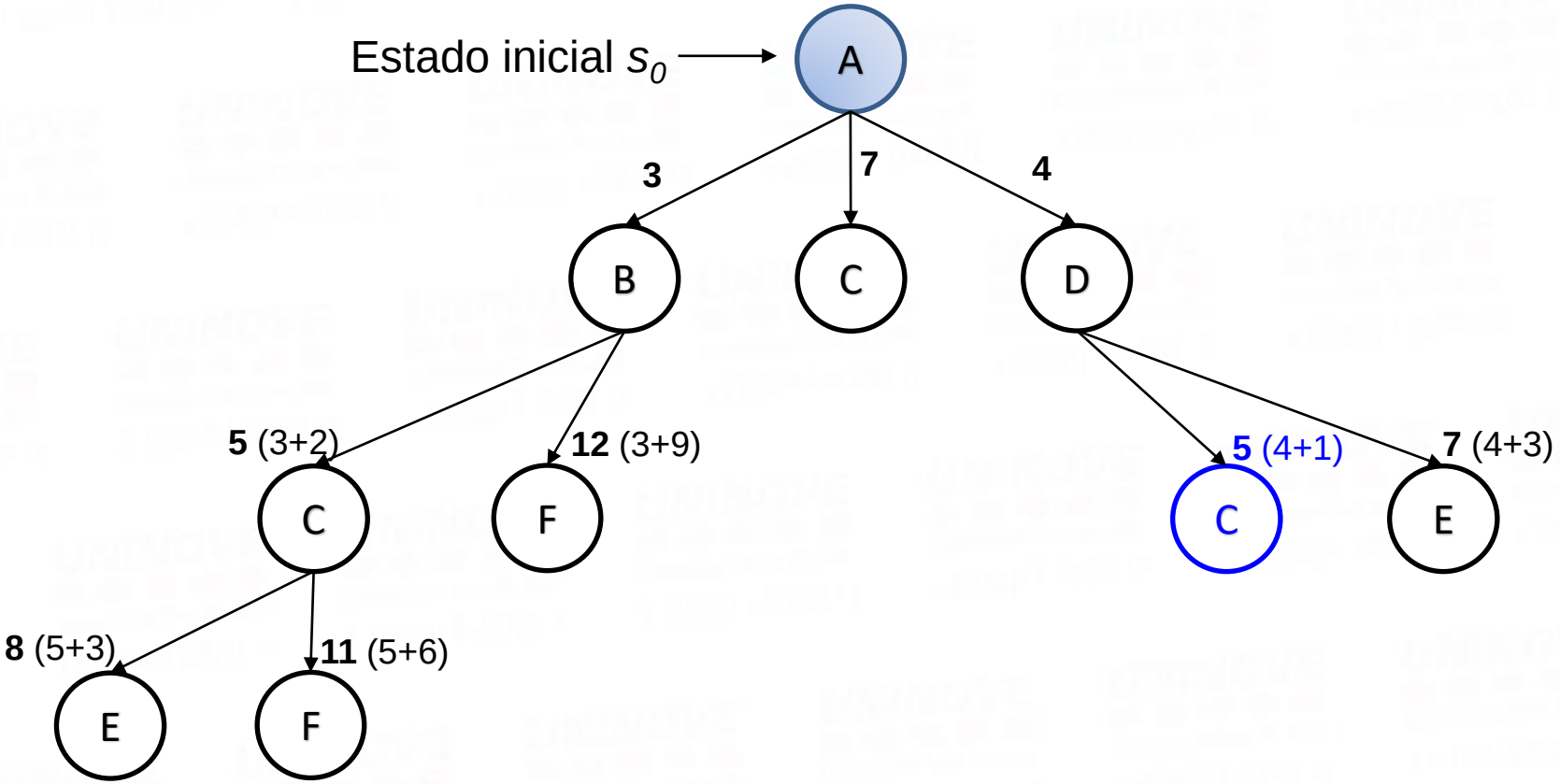
Menor Custo



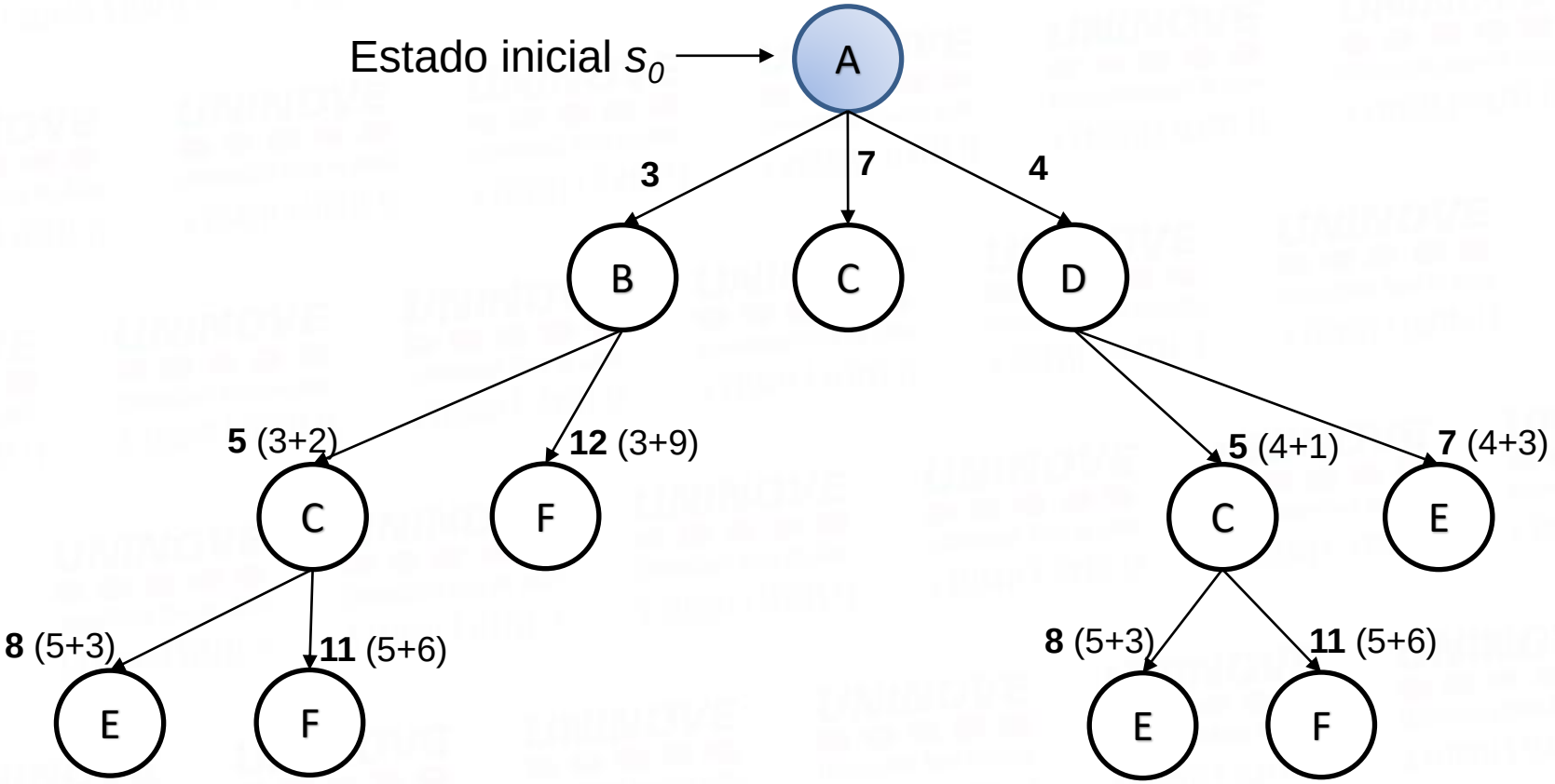
Menor Custo



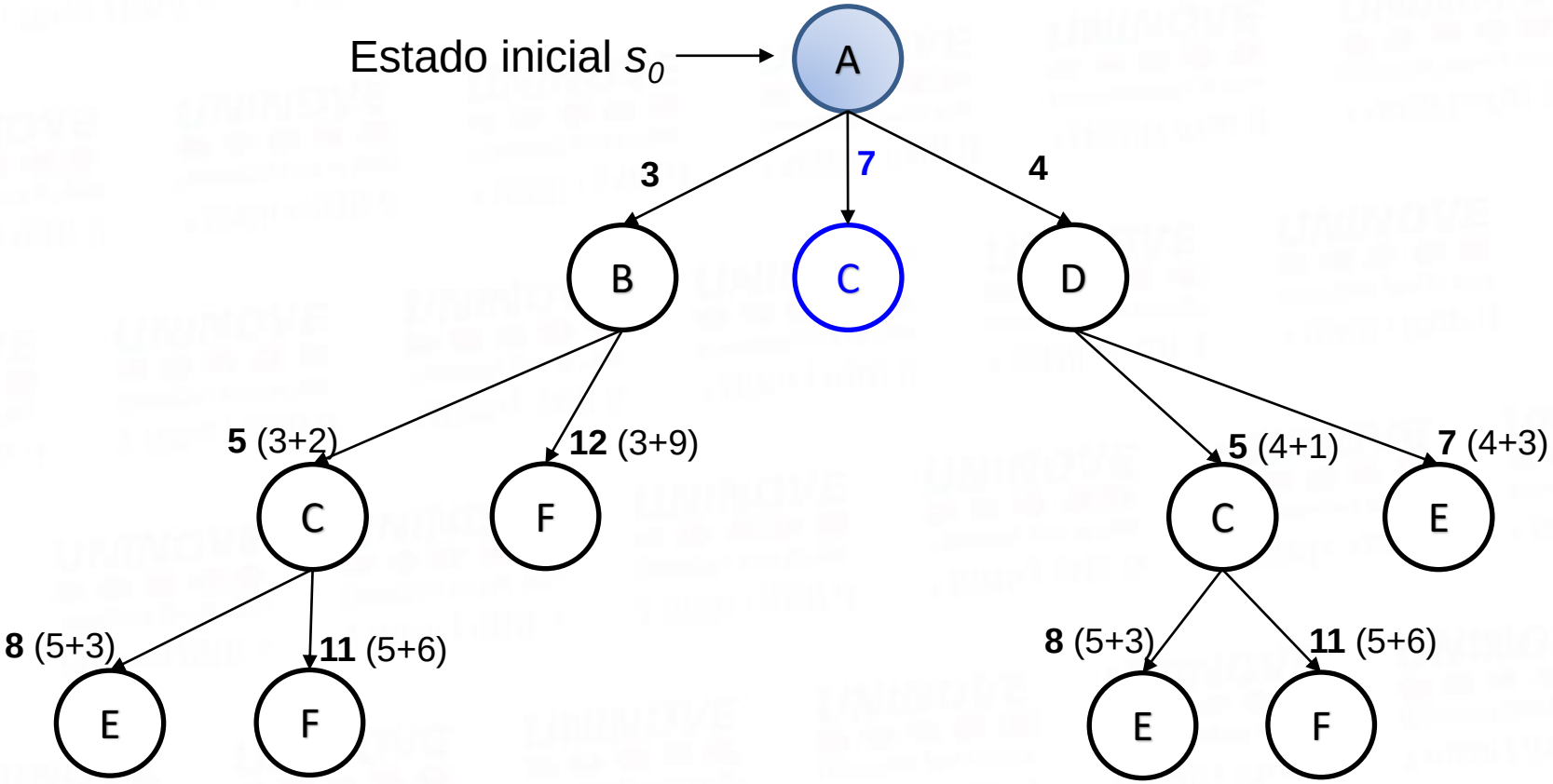
Menor Custo



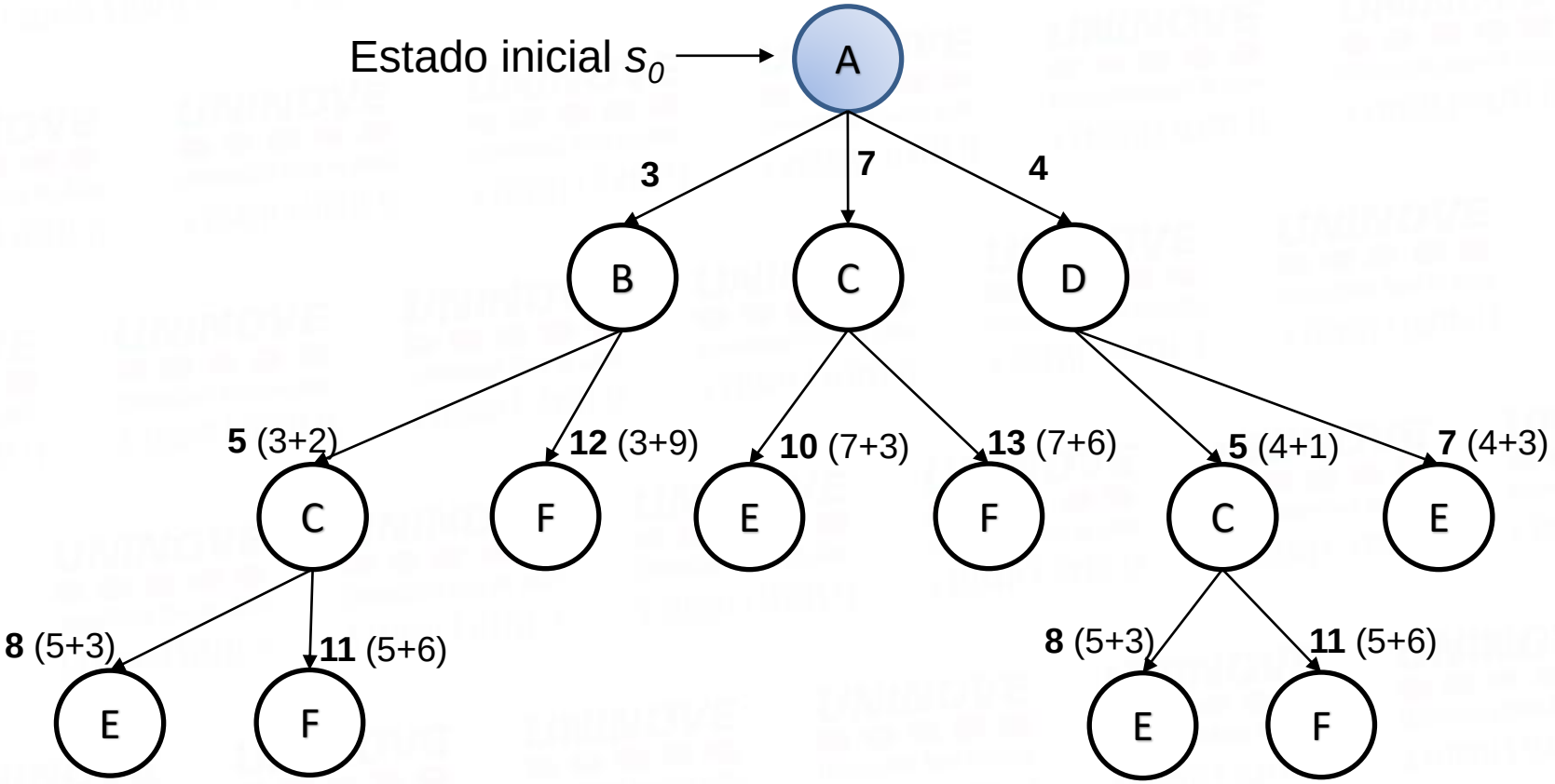
Menor Custo



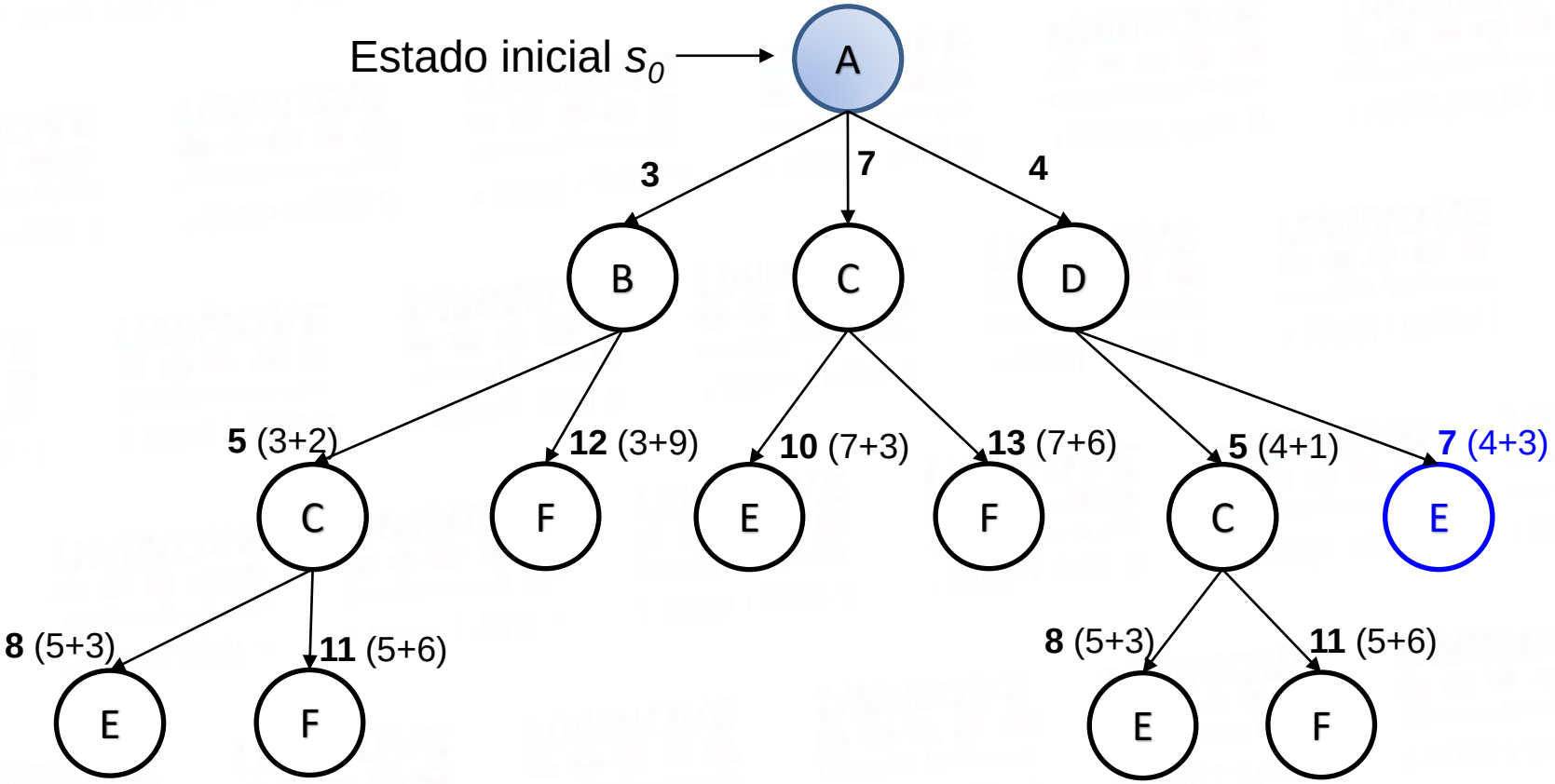
Menor Custo



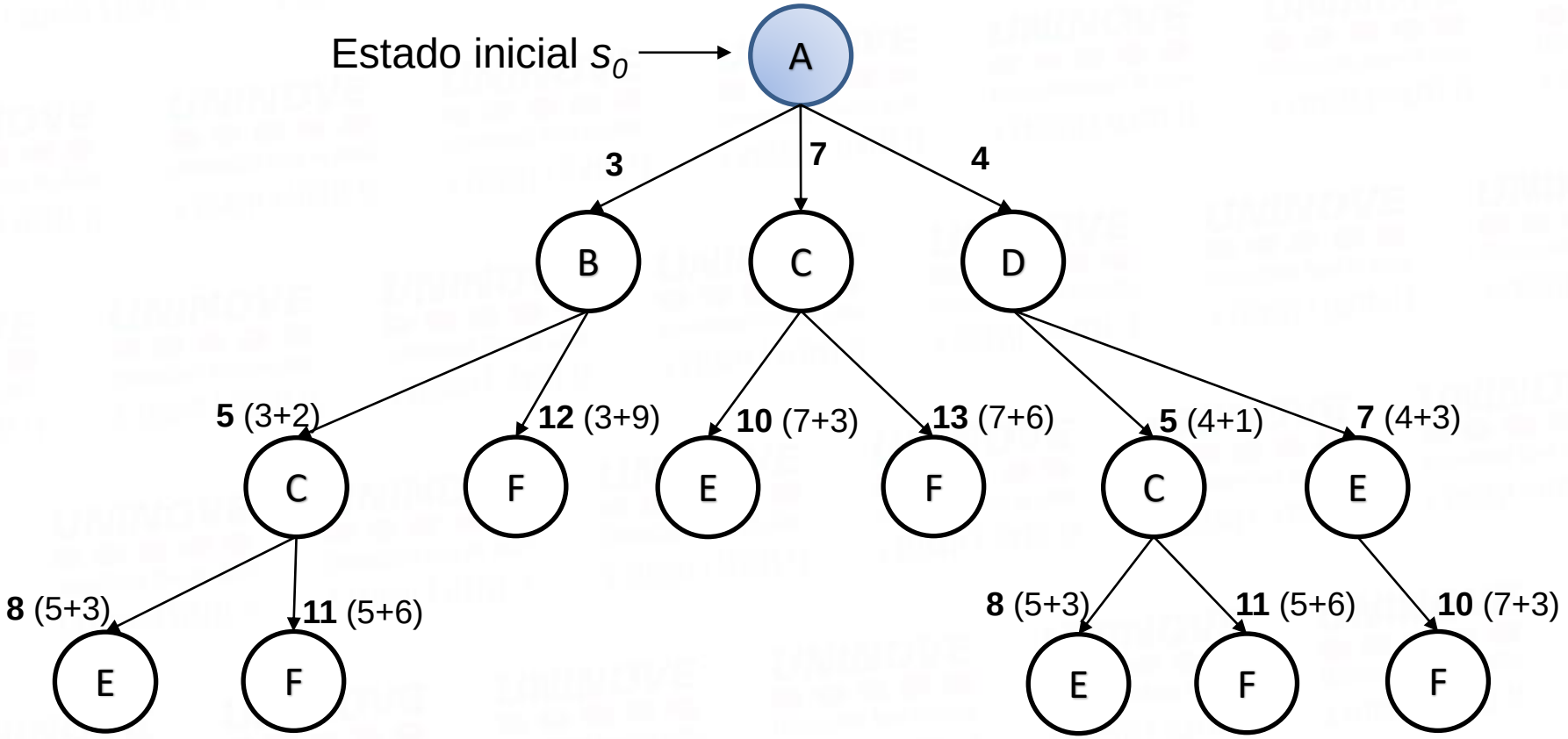
Menor Custo



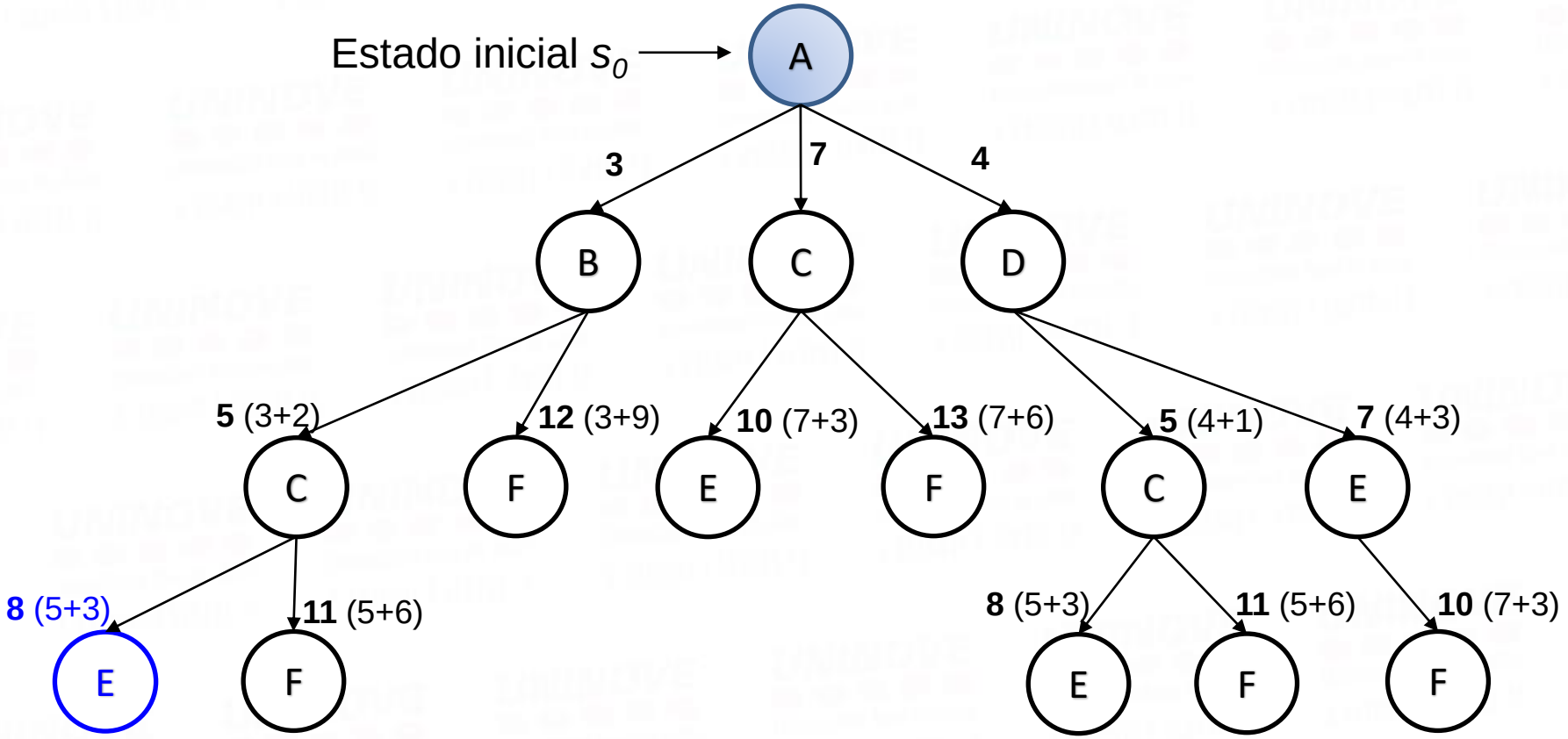
Menor Custo



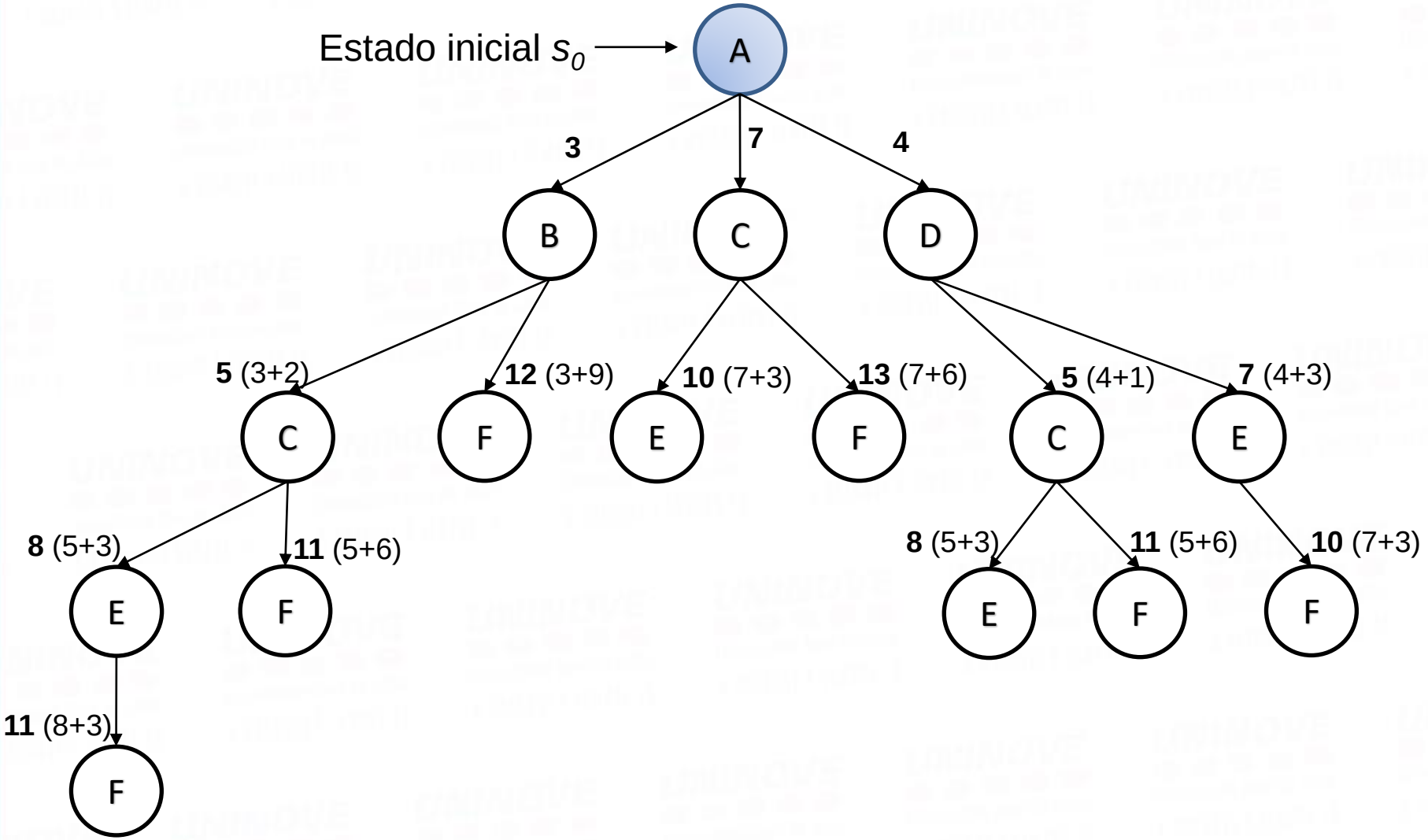
Menor Custo



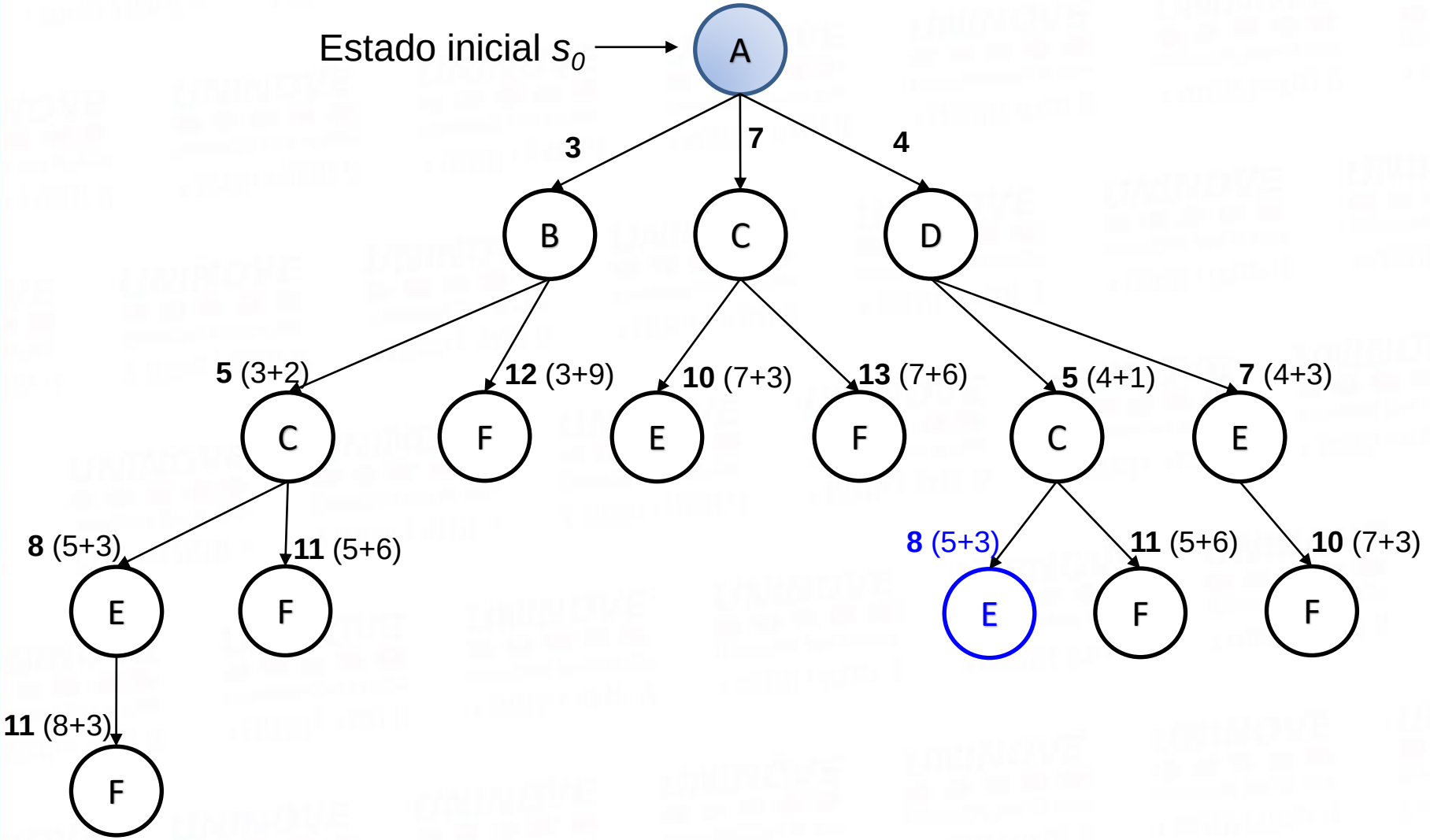
Menor Custo


Estado inicial s_0
A
3
7
4
B
C
D
5 (3+2)
12 (3+9)
10 (7+3)
13 (7+6)
5 (4+1)
7 (4+3)
C
F
E
F
C
E
8 (5+3)
11 (5+6)
8 (5+3)
11 (5+6)
10 (7+3)
E
F
E
F
F

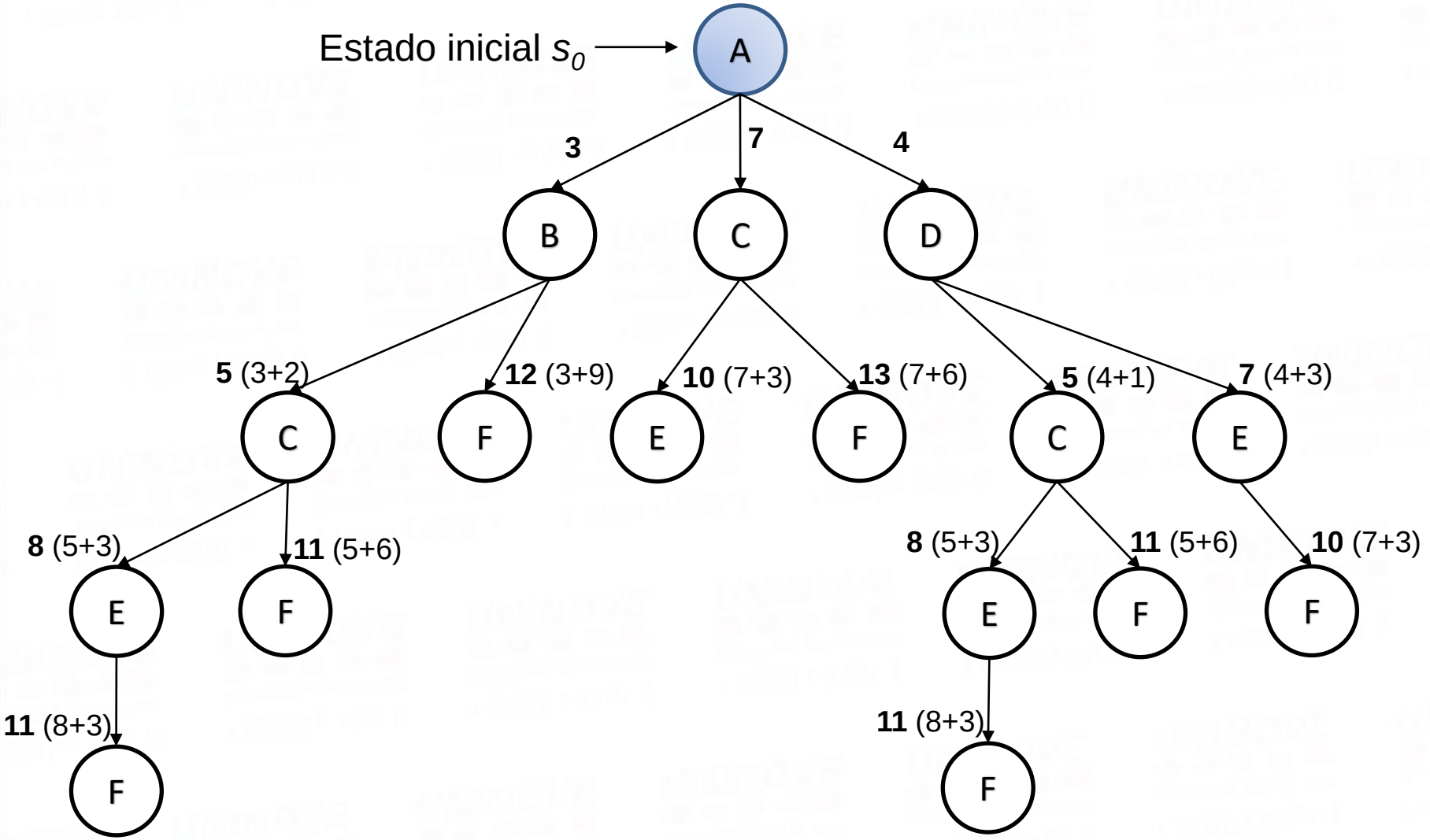
Menor Custo



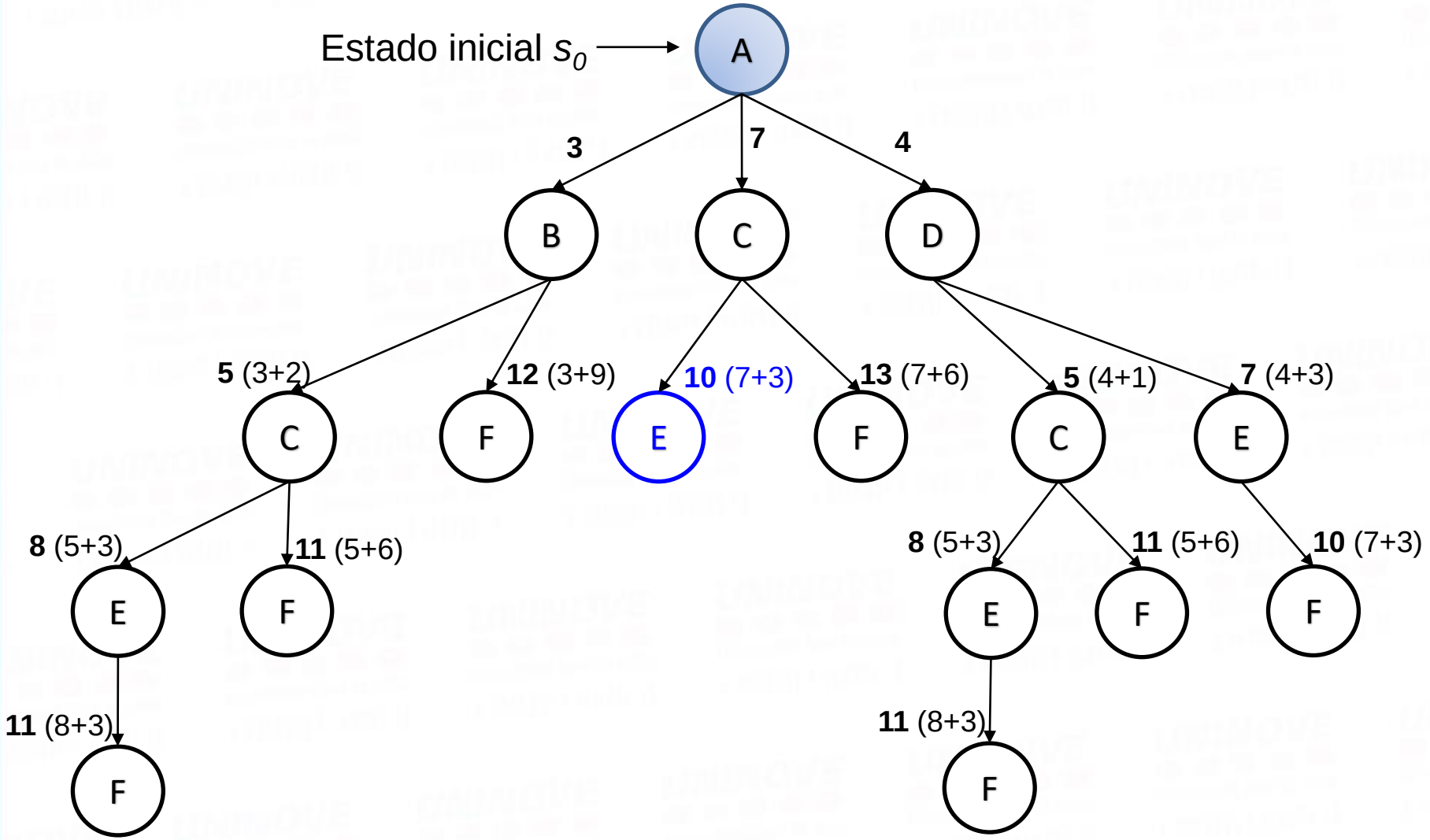
Menor Custo



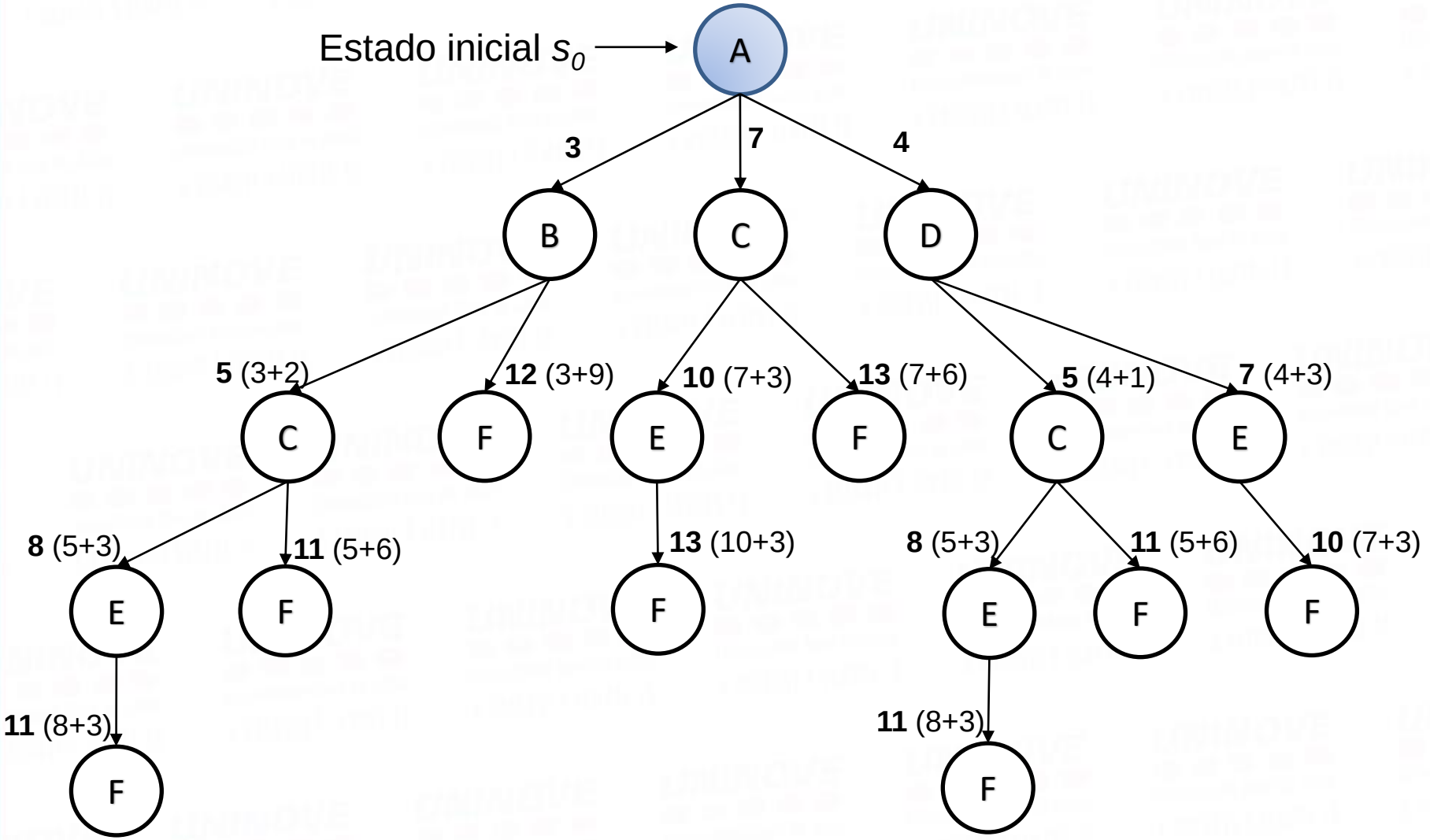
Menor Custo



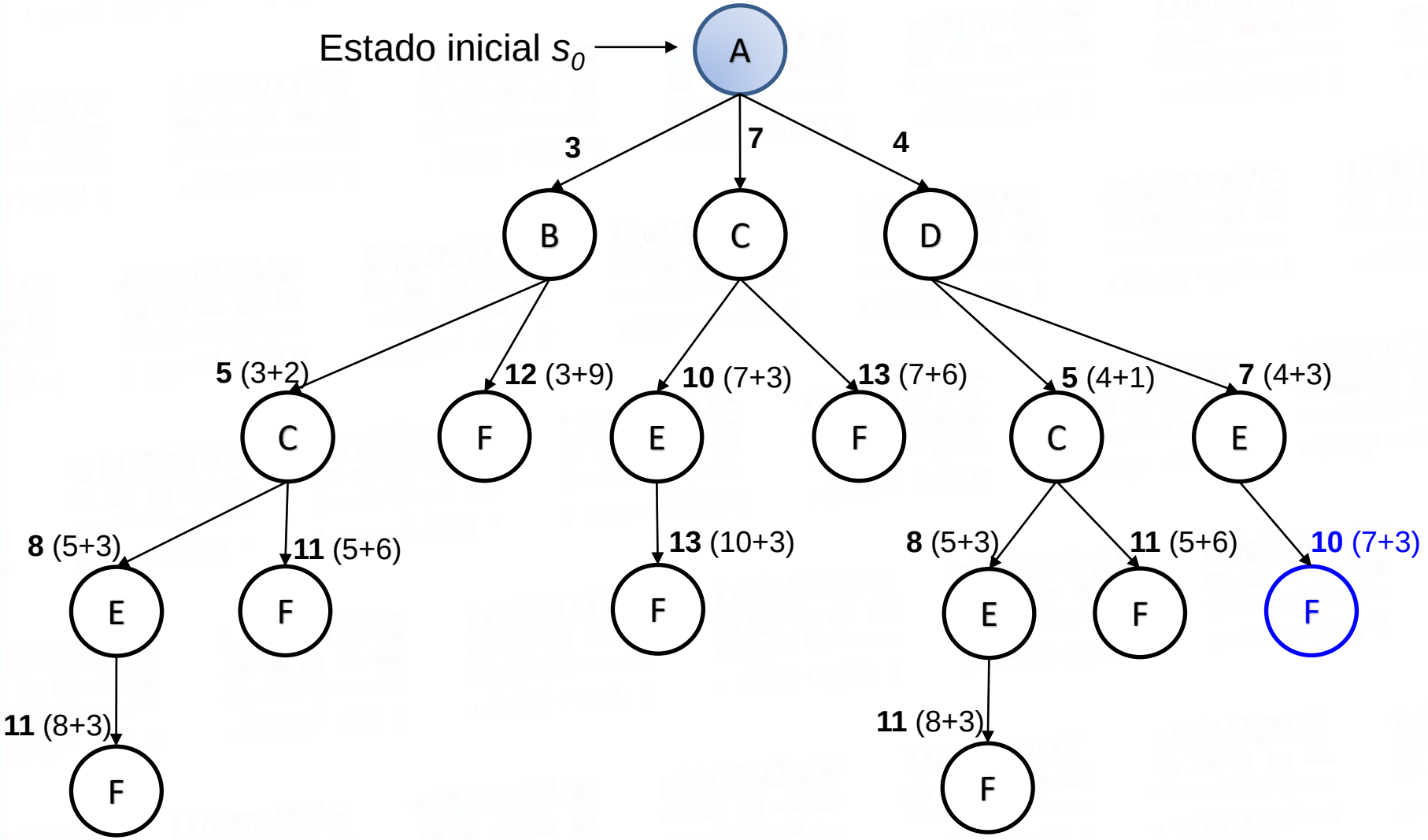
Menor Custo



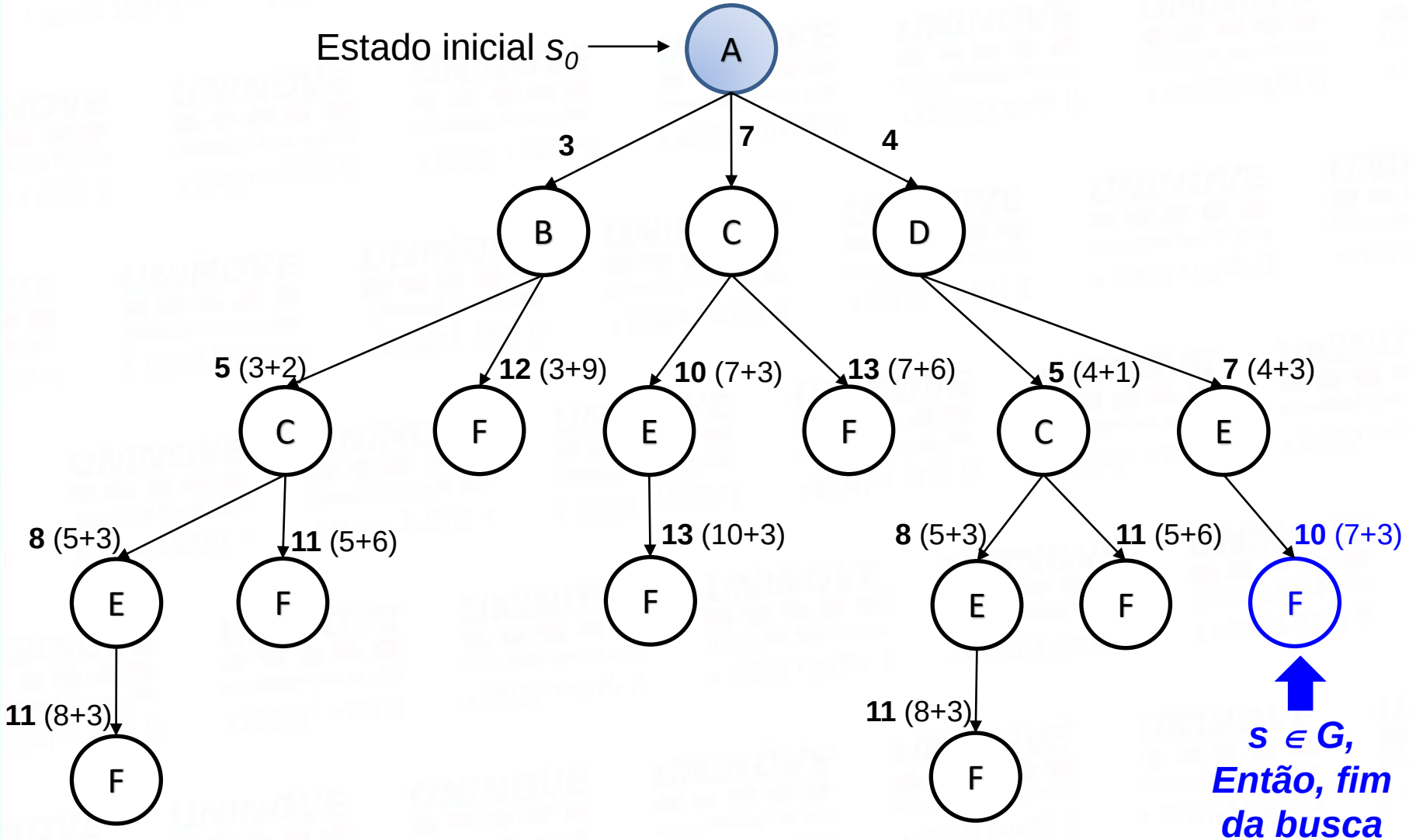
Menor Custo



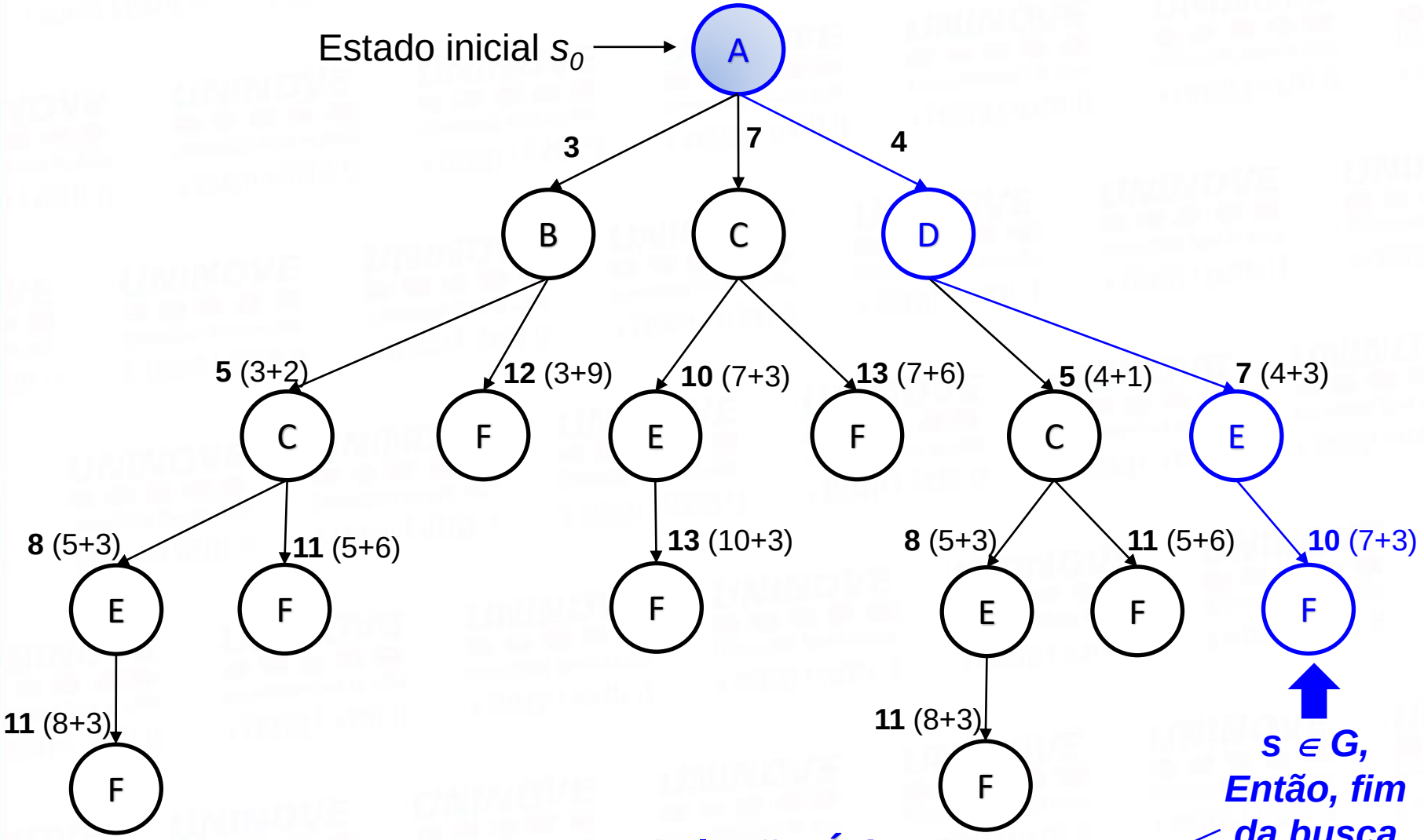
Menor Custo



Menor Custo



Menor Custo

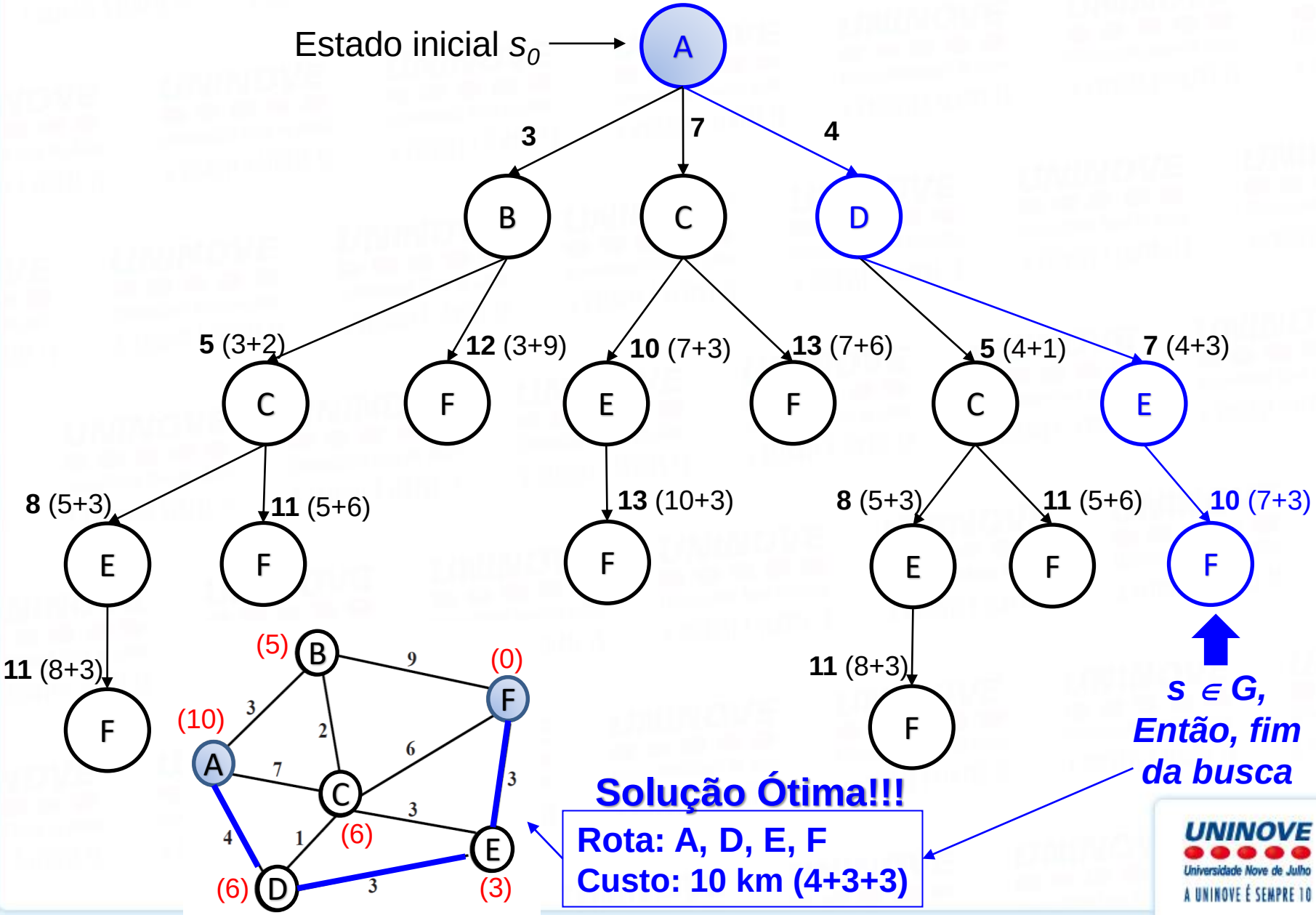


Solução Ótima!!!

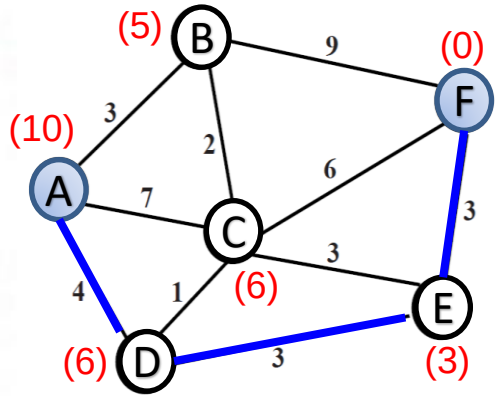
Rota: A, D, E, F
Custo: 10 km (4+3+3)

UNINOVE
Universidade Nove de Julho
A UNINOVE É SEMPRE 10

Menor Custo


Estado inicial s_0
A
3
7
4
B
C
D
5 (3+2)
12 (3+9)
10 (7+3)
13 (7+6)
5 (4+1)
7 (4+3)
C
F
E
F
C
E
8 (5+3)
11 (5+6)
13 (10+3)
8 (5+3)
11 (5+6)
10 (7+3)
E
F
F
E
F
F
11 (8+3)
11 (8+3)
F
F
(5)
B
9
(0)
F
(10)
3
2
6
3
A
7
C
3
4
1
(6)
E
(6)
D
3
(3)
$s \in G$,
Então, fim
da busca
Solução Ótima!!!
Rota: A, D, E, F
Custo: 10 km (4+3+3)

Menor Custo



Solução: $\{x_{14}, x_{45}, x_{56}\}$
Custo z = 1*4+1*3+1*3 = 10

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	**1**	0	0
B	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	**1**	0
E	0	0	0	0	0	**1**
F	0	0	0	0	0	0

x_{ij}

	A	B	C	D	E	F
A	∞	3	7	**4**	∞	∞
B	3	∞	2	∞	∞	9
C	7	2	∞	1	3	6
D	4	∞	1	∞	**3**	∞
E	∞	∞	3	3	∞	**3**
F	∞	9	6	∞	3	∞

d_{ij}

Dijsktra

Dijkstra(A, s_0, G)

1 $\Gamma \leftarrow \varnothing$;

2 $\Sigma \leftarrow \{s_0\}$

3 enquanto $\Sigma \neq 0$ faça

4 $s \leftarrow$ removePrimeiro(Σ)

5 se $s \in G$ então devolva caminho(s)

6 $\Gamma \leftarrow \Gamma \cup \{ s \}$

7 $U \leftarrow$ gere_sucessoresG(s, α)

8 Para cada $u \in U \wedge u \notin \Gamma$

9 se $u \notin \Sigma$ então insereEmOrdem(u,Σ)

10 senão insereEmOrdem(u,Σ) se, e somente se, u é menor que sua réplica em Σ

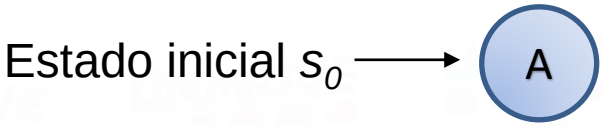
11 devolva fracasso

Dijsktra

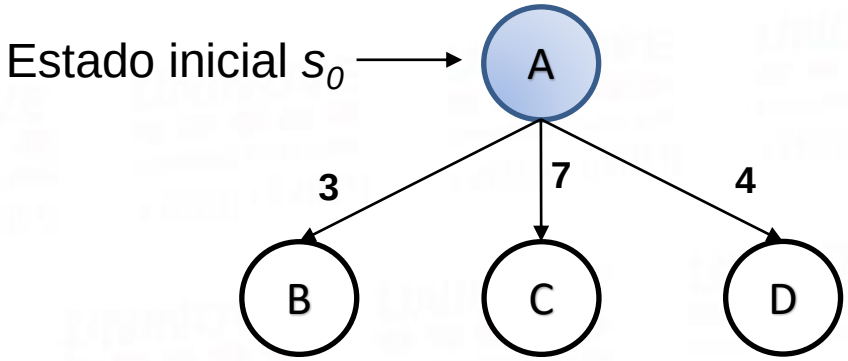
Passos para construção da árvore:

1. Coloque o estado inicial (s_0) na raiz da árvore;
2. Gere os sucessores do estado inicial e coloque-os no nível 1, com seus respectivos custos [f(s)=g(s)];
3. A partir daí, gere os sucessores do estado ***s*** de menor valor associado (usando o conjunto de ações A), independentemente do seu nível ou ramificação, observando as podas de nós repetidos. A busca termina quando o estado ***s*** selecionado para gerar sucessores é estado final, ou seja, quando $s \in G$.

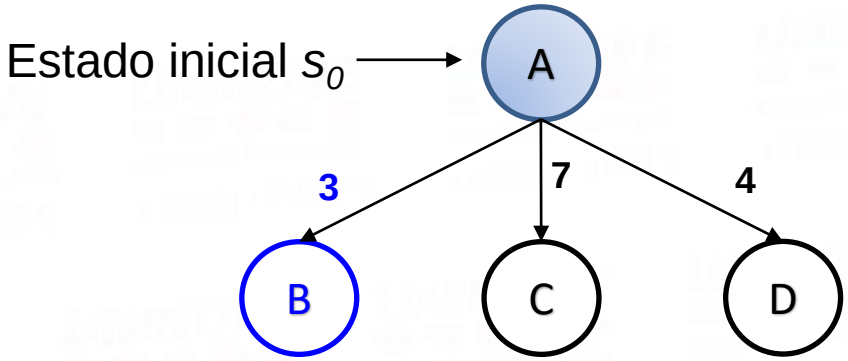
Dijsktra



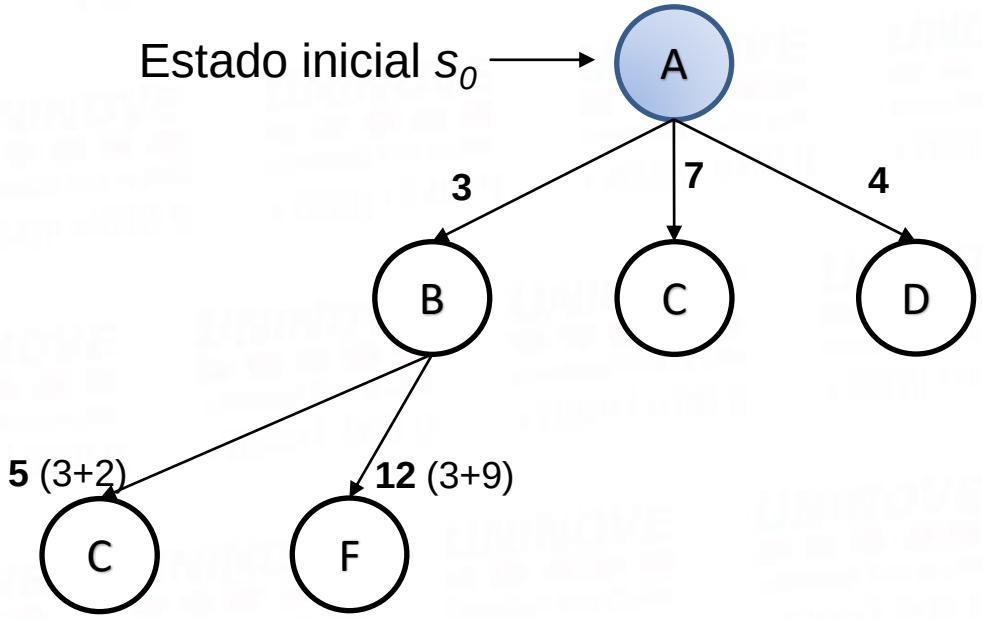
Dijsktra



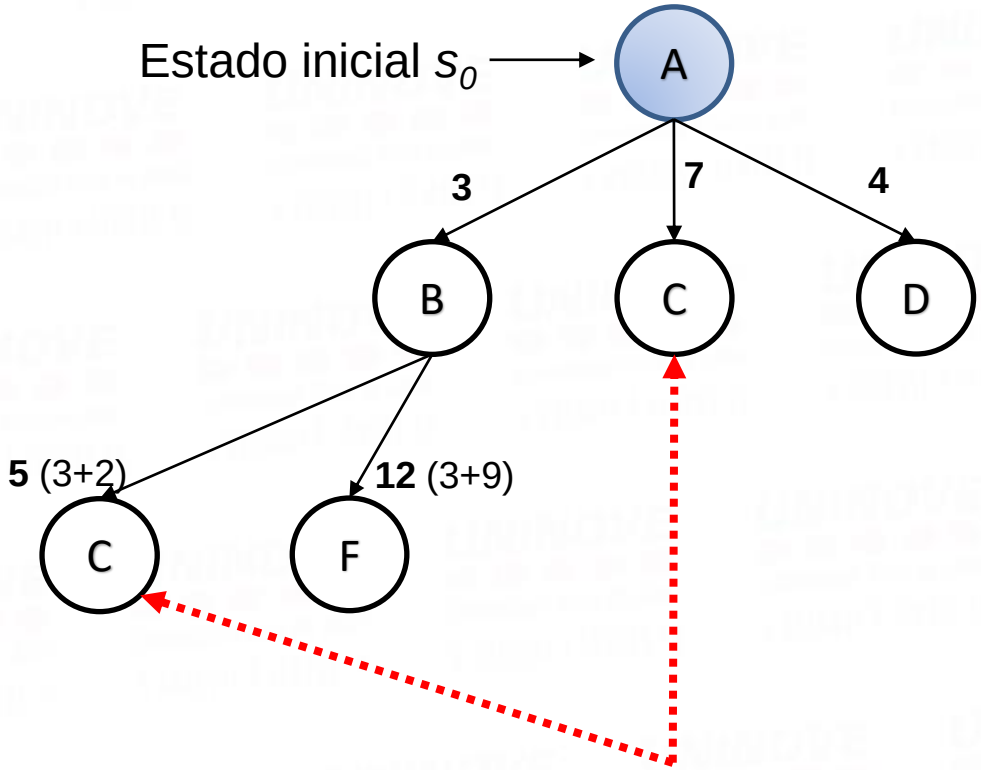
Dijsktra



Dijsktra

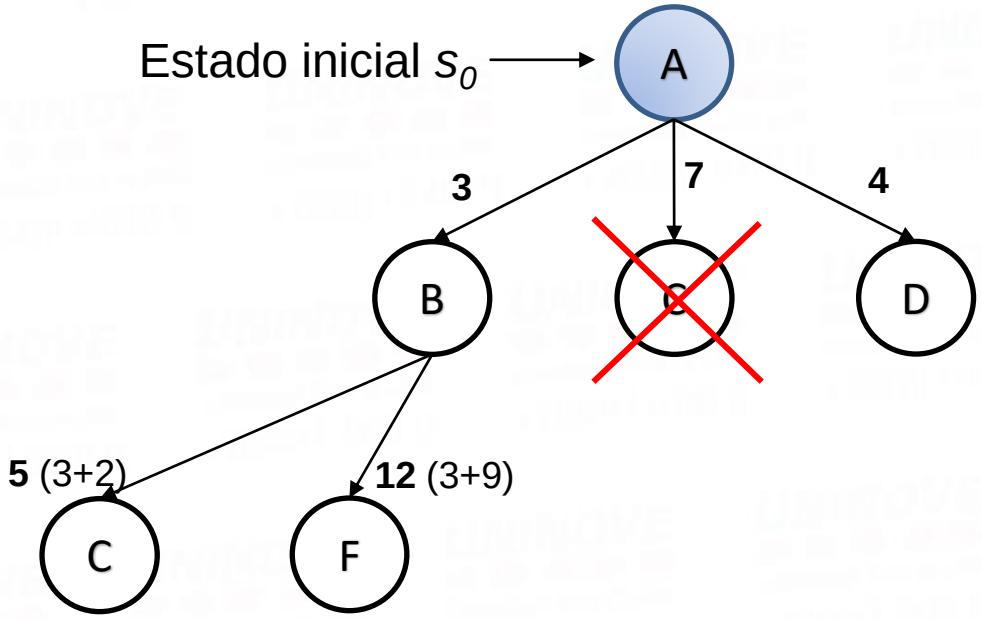


Dijsktra

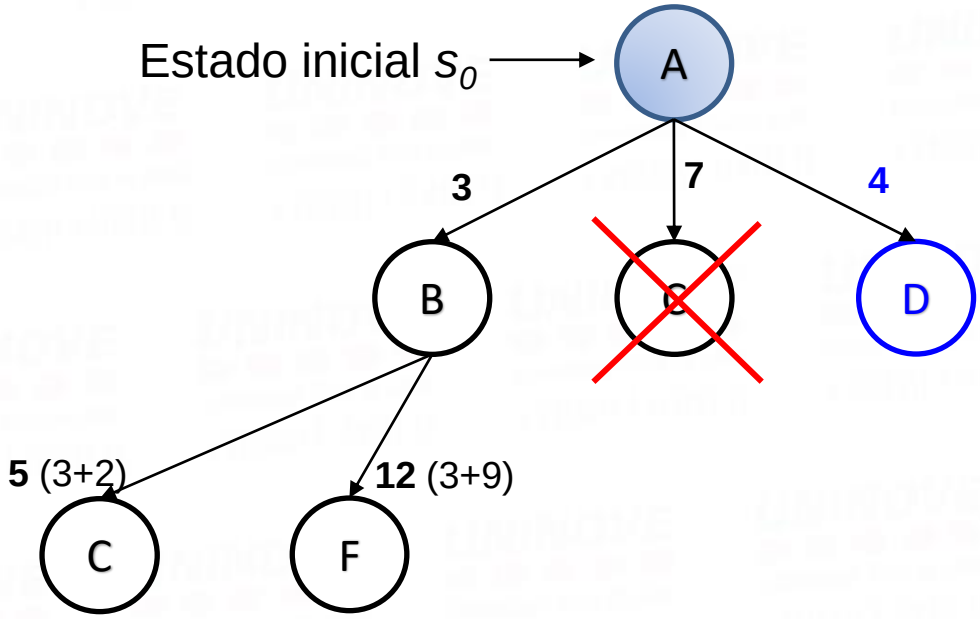


Nós repetidos!!!
Então, deve-se podar o nó com maior custo

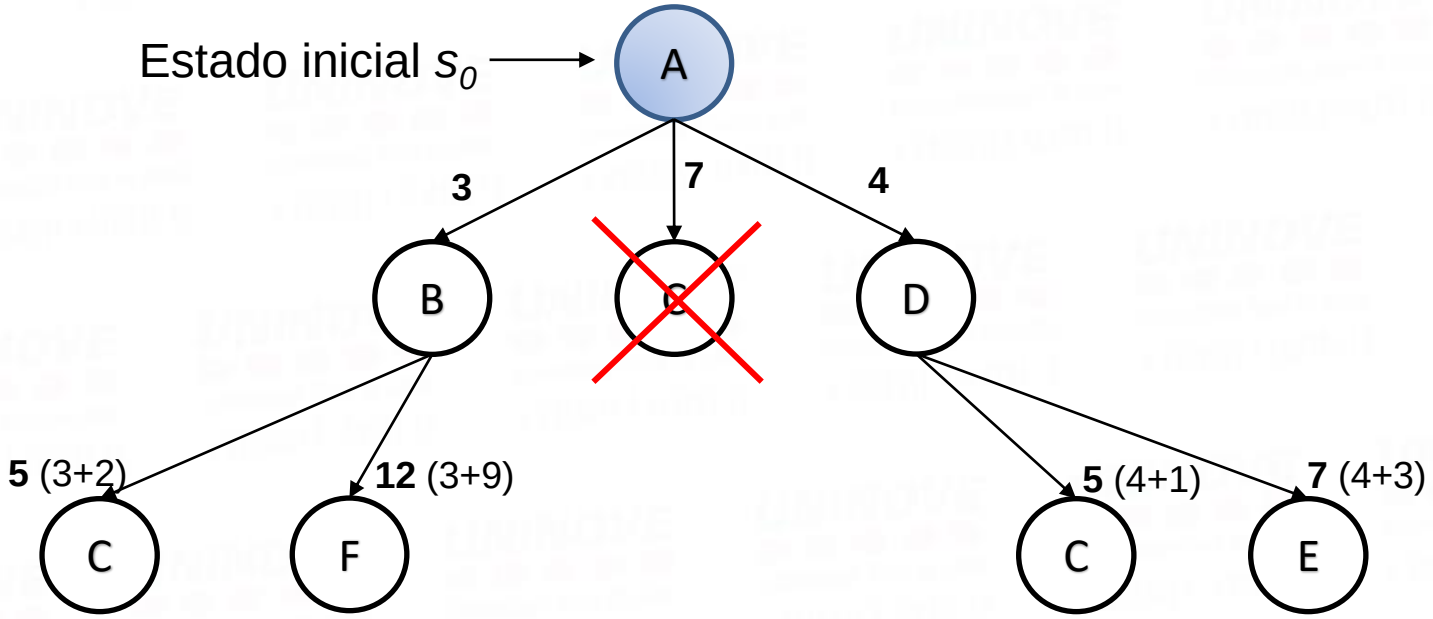
Dijsktra



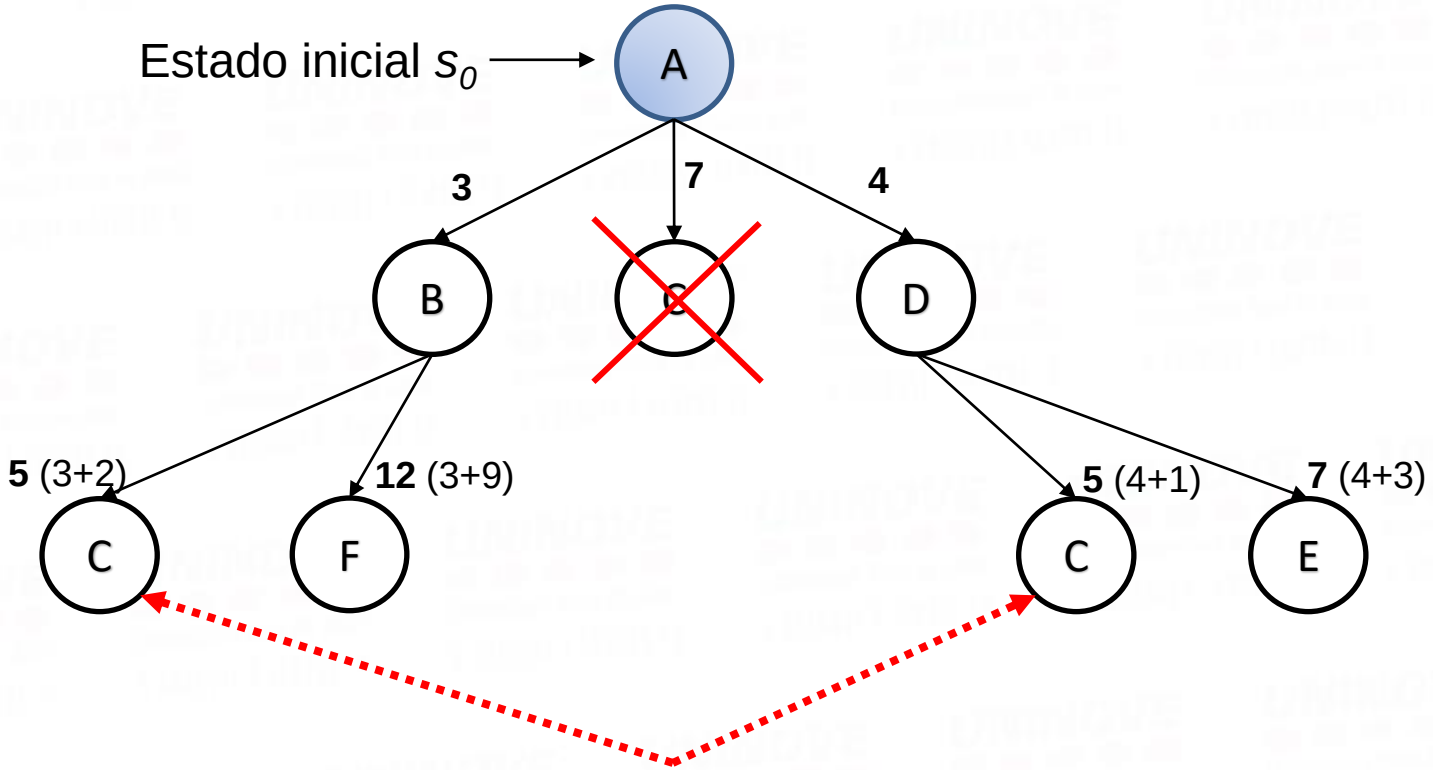
Dijsktra



Dijsktra

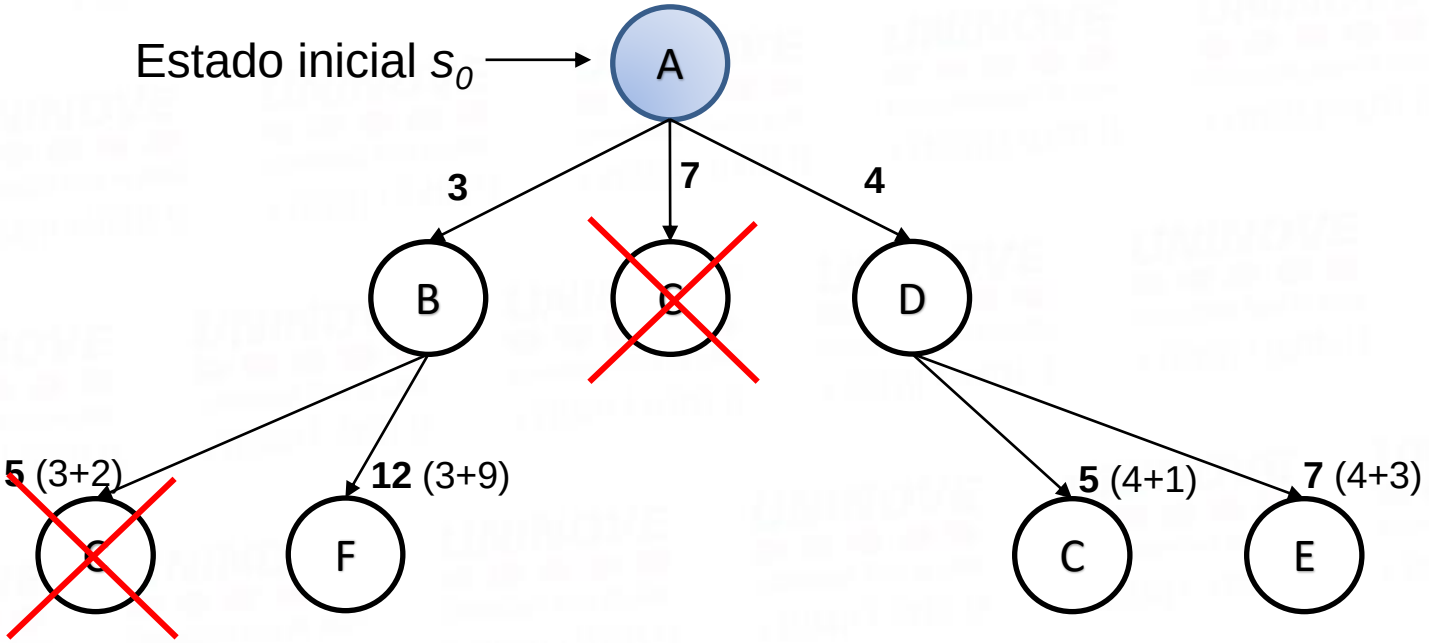


Dijsktra

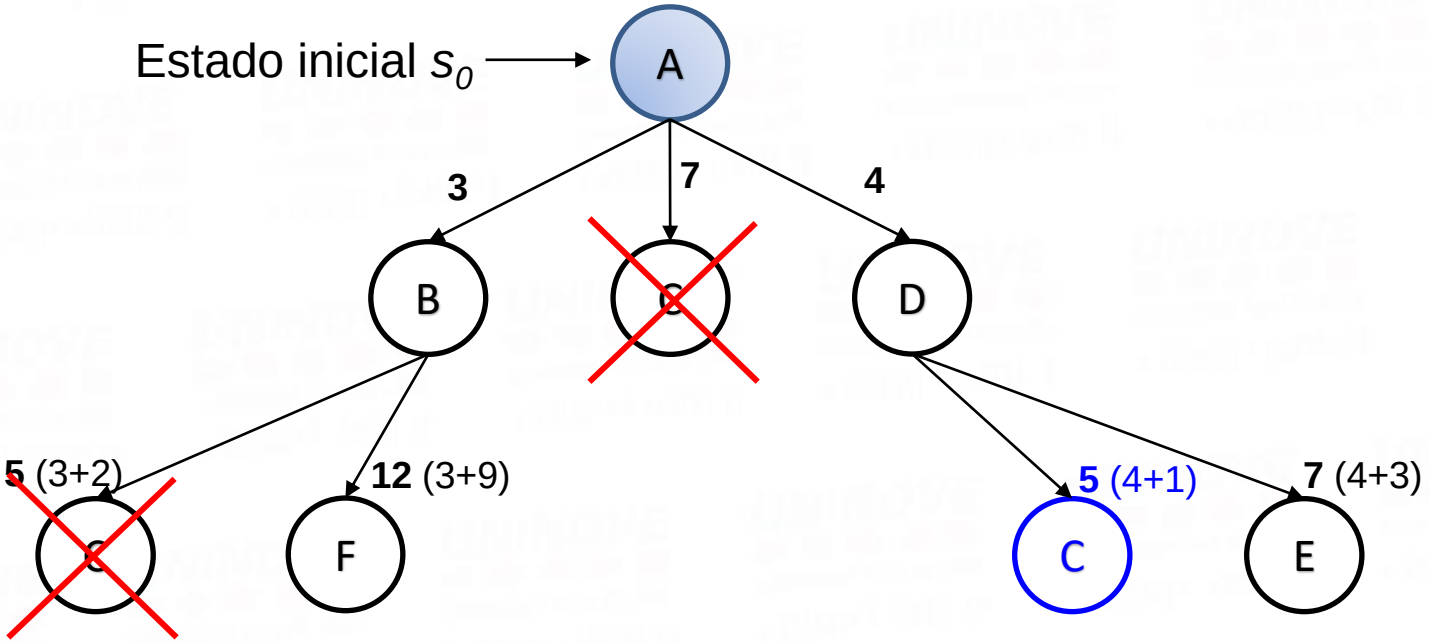


Nós repetidos!!!
Como os dois têm o mesmo custo, pode-se podar qualquer um deles

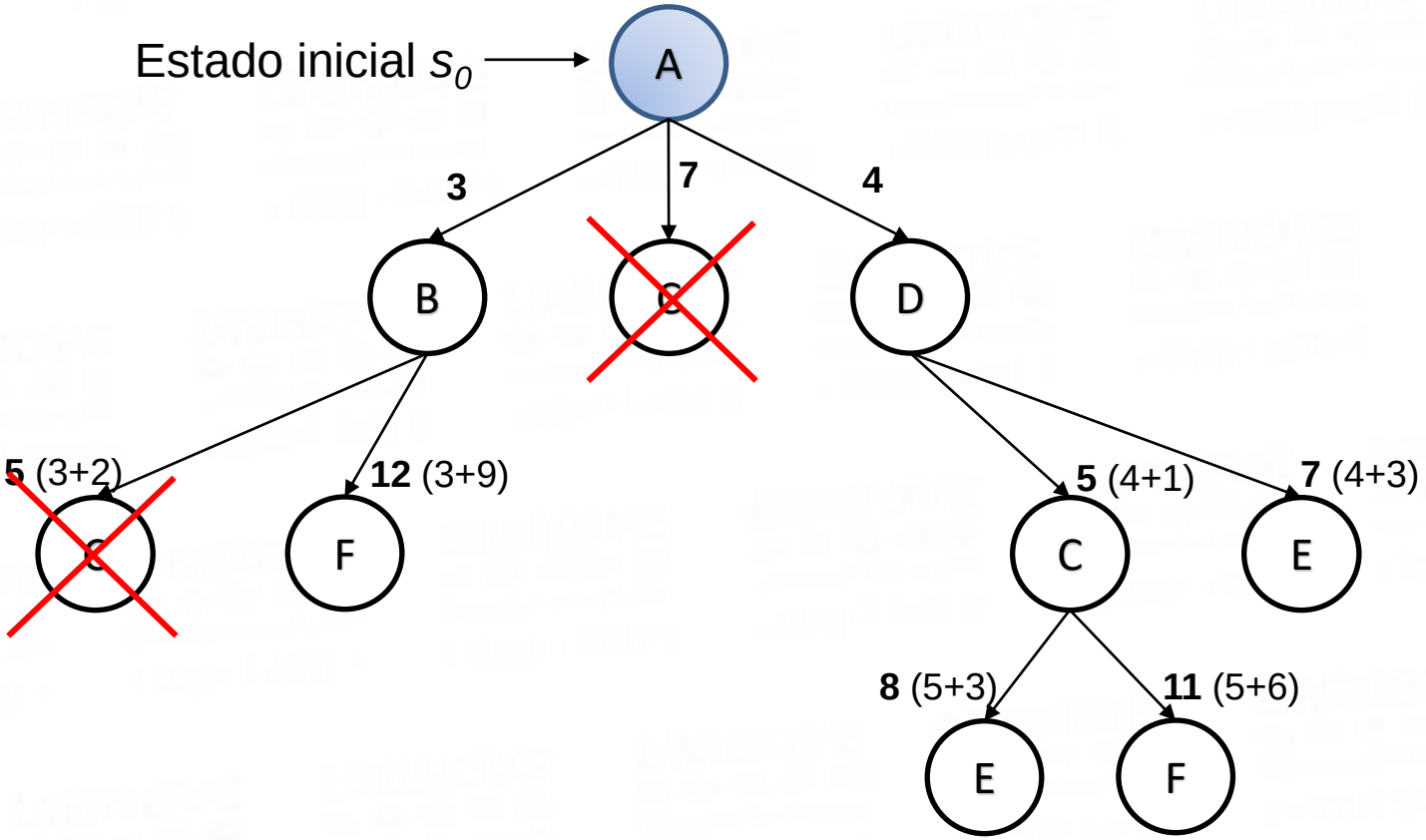
Dijsktra



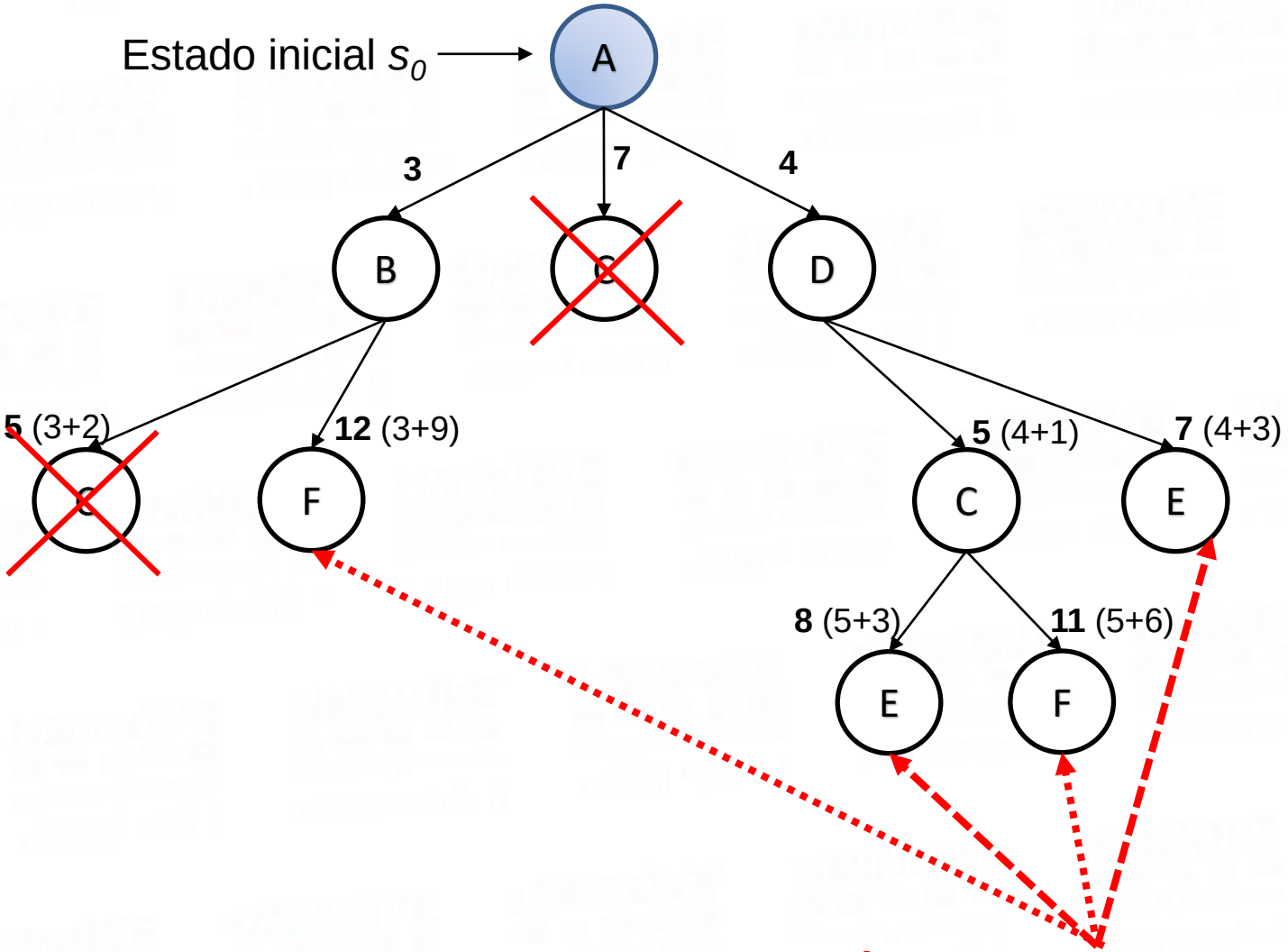
Dijsktra



Dijsktra

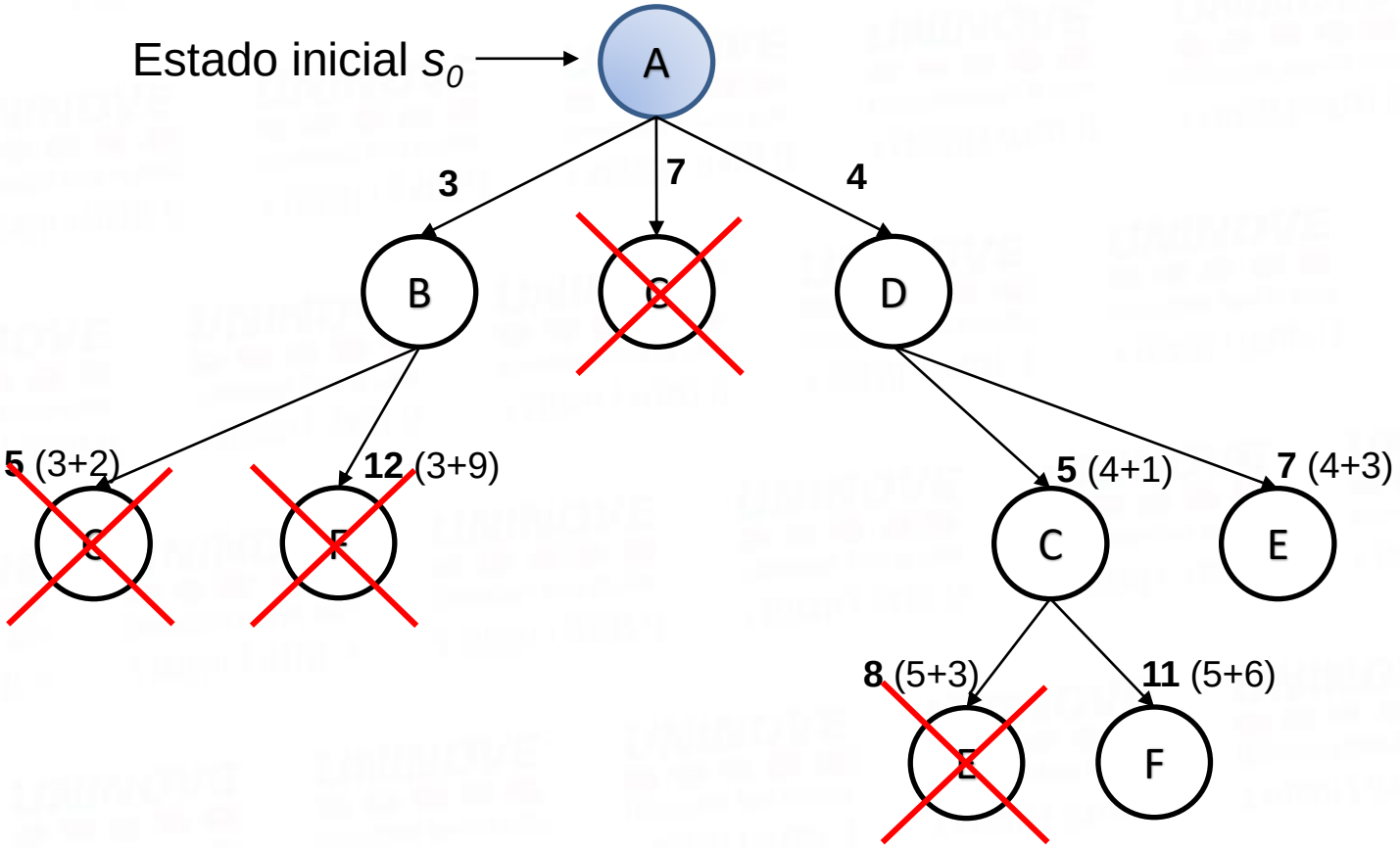


Dijsktra

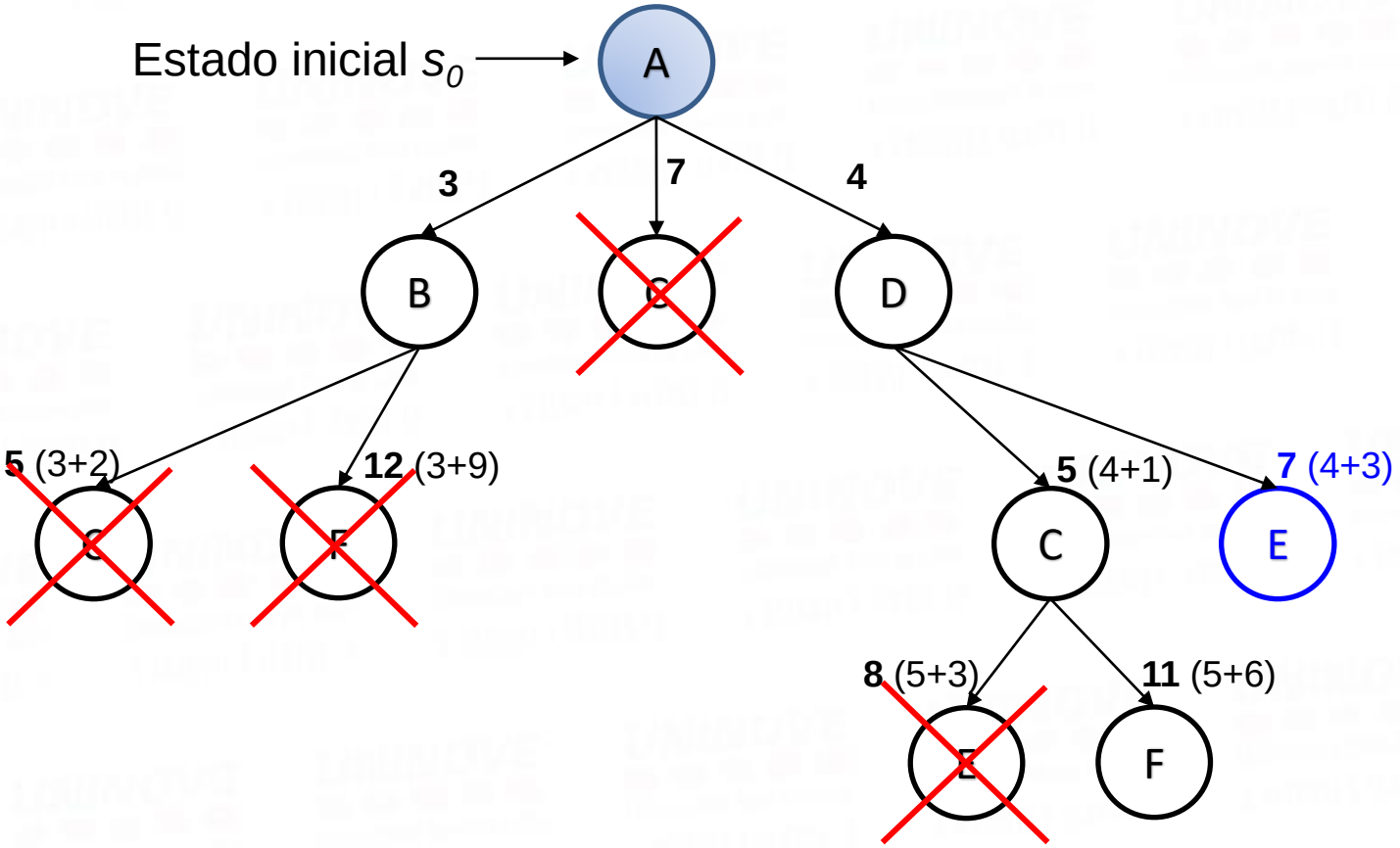


Nós repetidos!!!
Então, deve-se podar os nós com maior custo

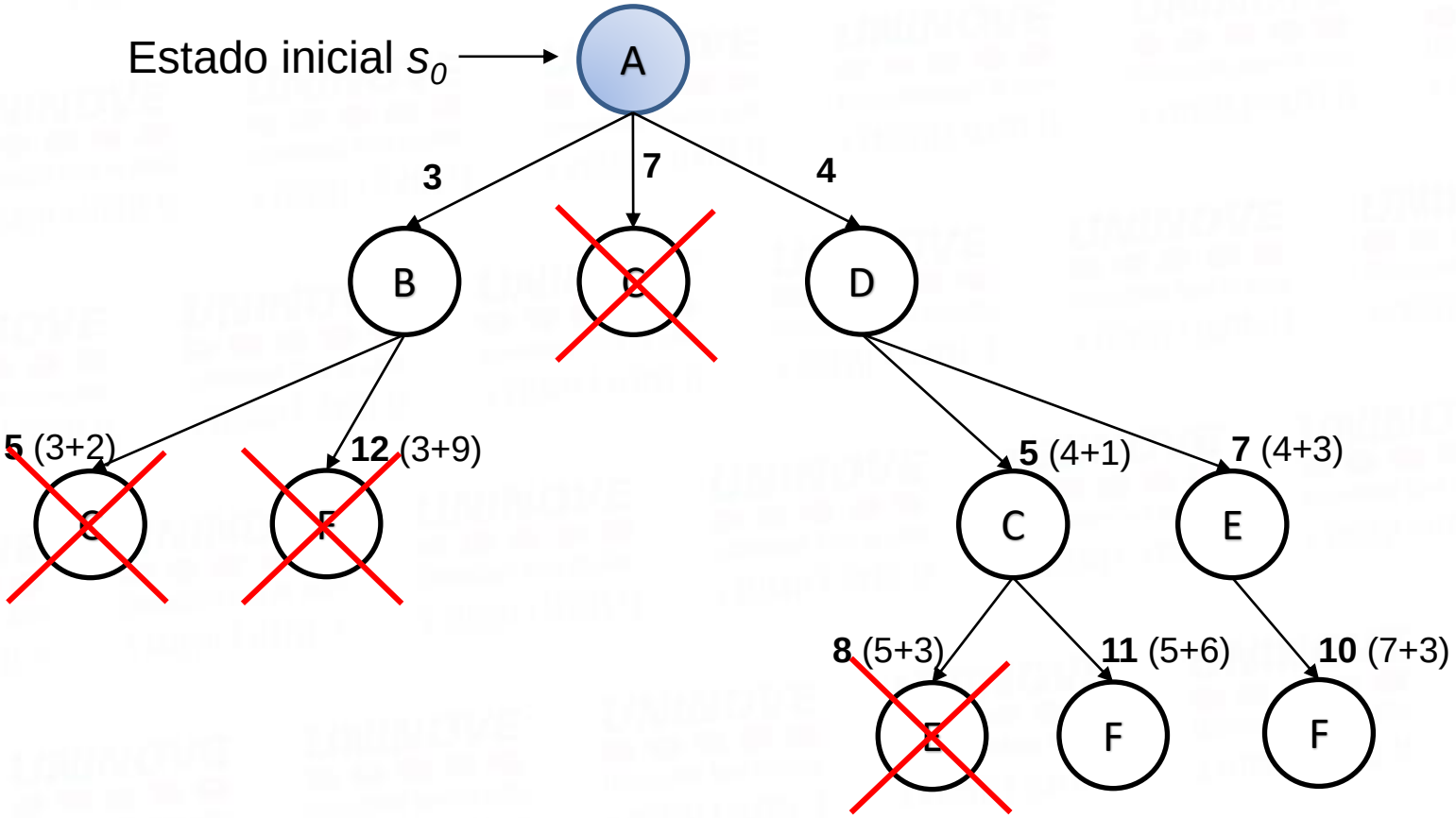
Dijsktra



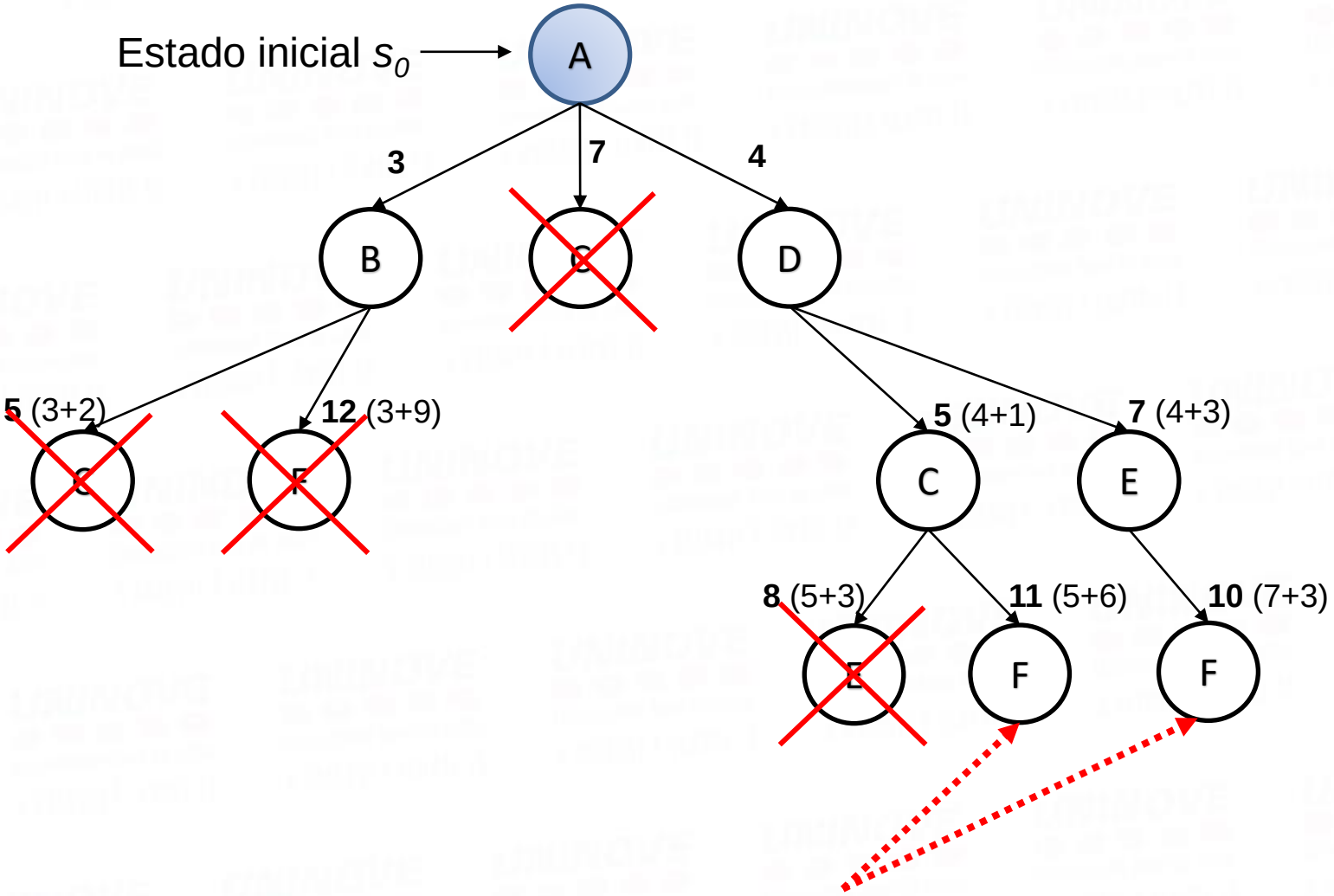
Dijsktra



Dijsktra

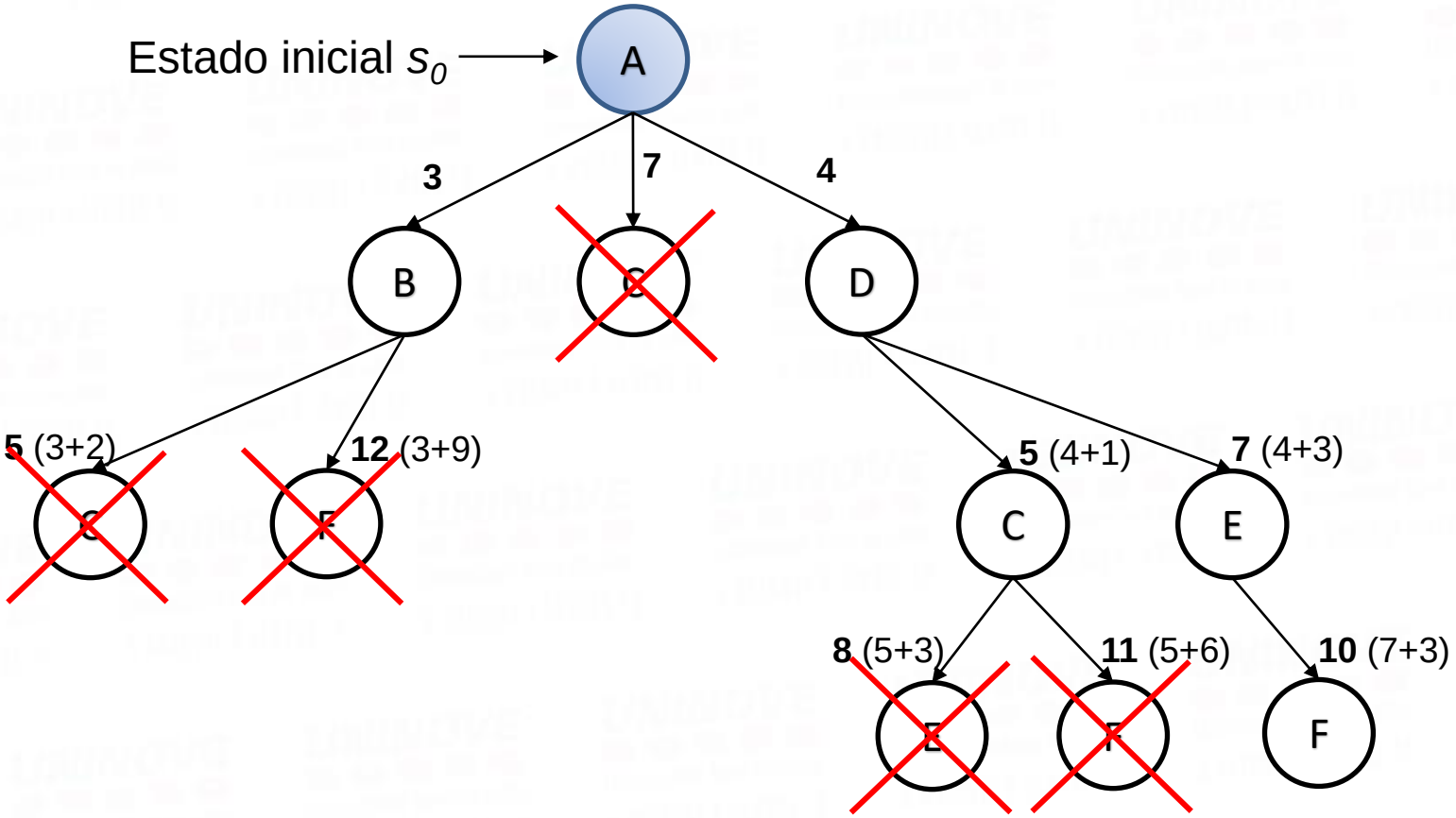


Dijsktra

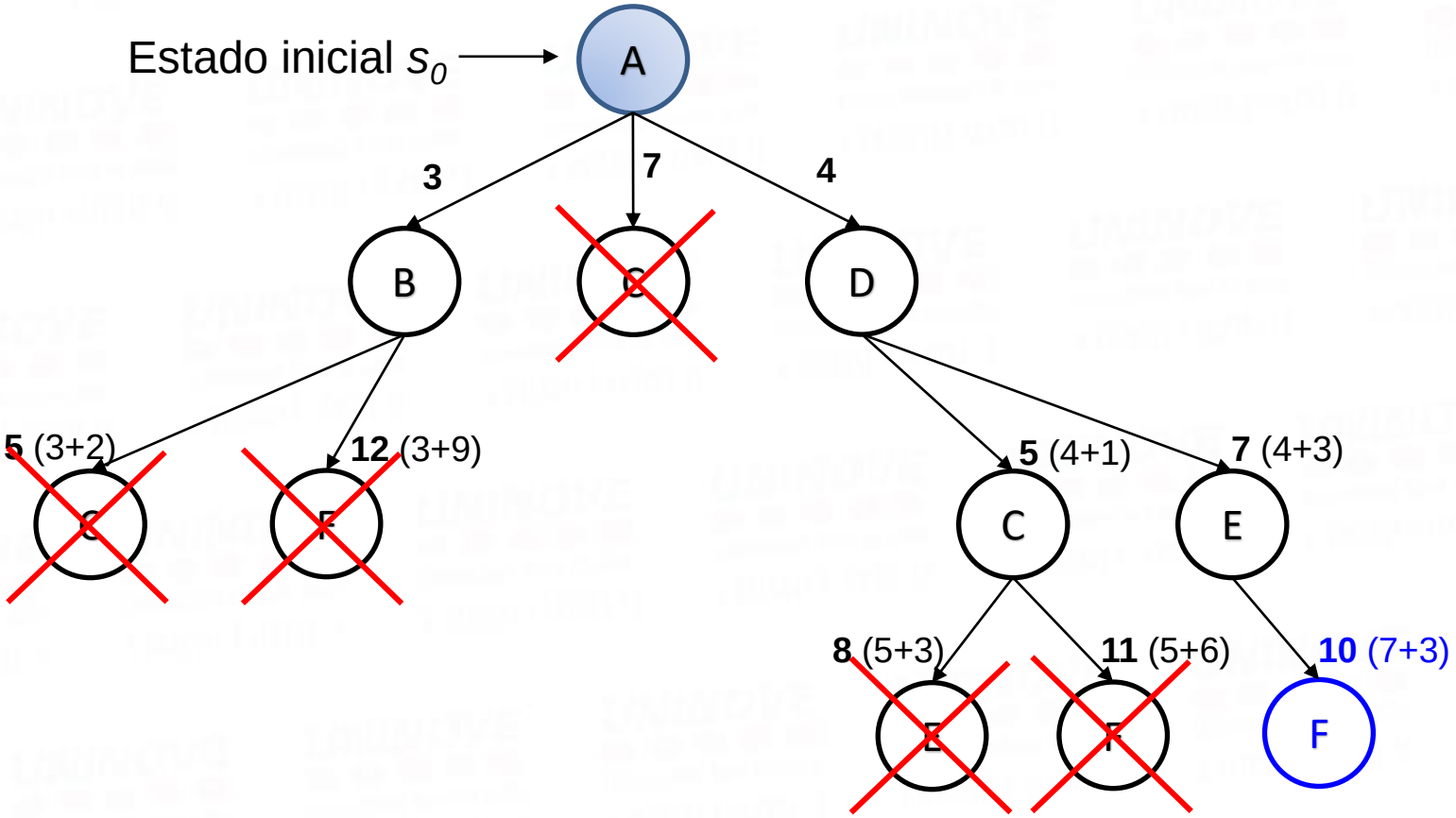


Nós repetidos!!!
Então, deve-se podar o nó com maior custo

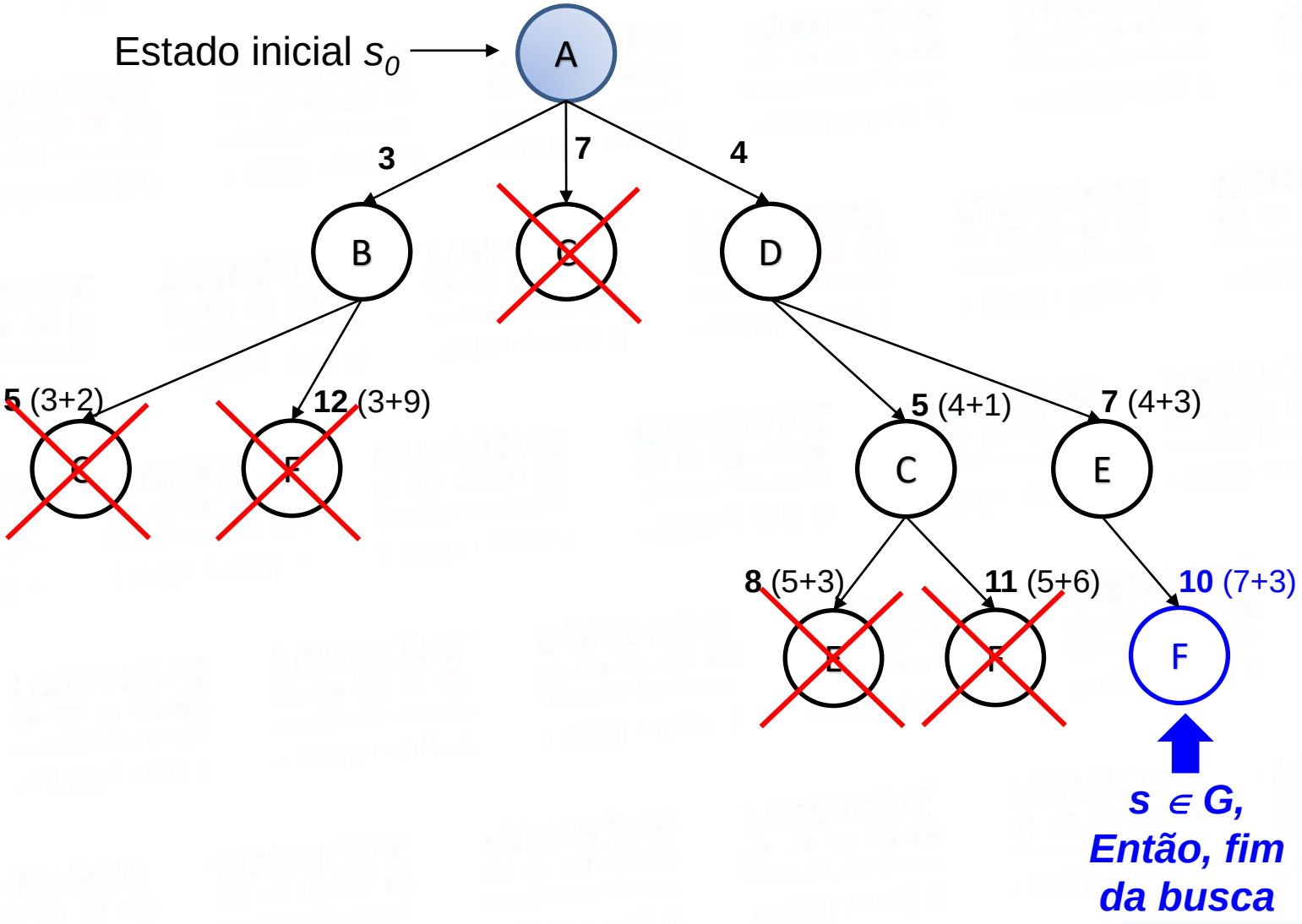
Dijsktra



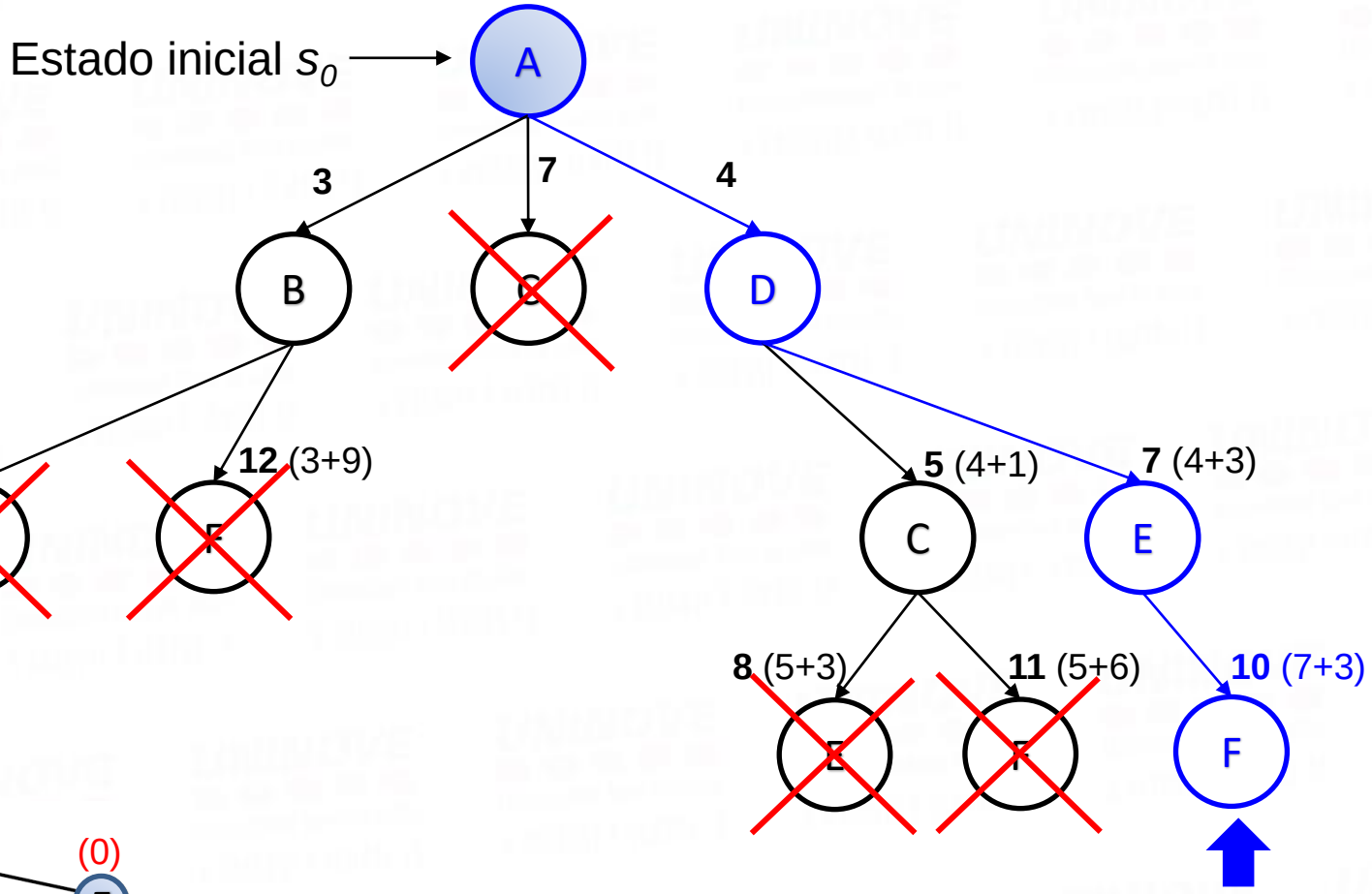
Dijsktra

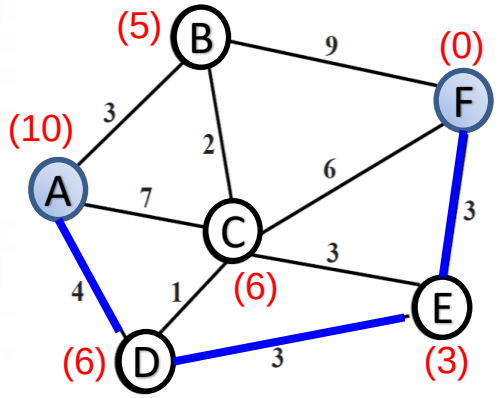


Dijsktra



Dijsktra



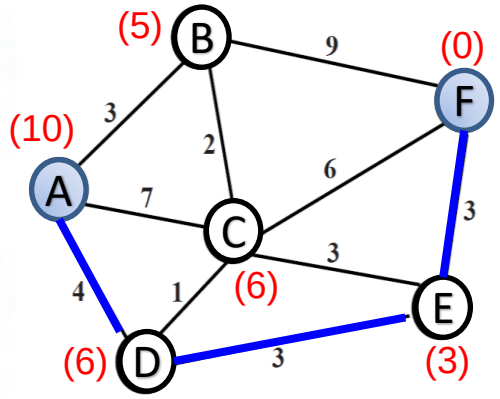


Solução Ótima!!!

Rota: A, D, E, F
Custo: 10 km (4+3+3)

s ∈ G, Então, fim da busca

Dijkstra



Solução: $\{x_{14}, x_{45}, x_{56}\}$
Custo z = 1*4+1*3+1*3 = 10

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	**1**	0	0
B	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	**1**	0
E	0	0	0	0	0	**1**
F	0	0	0	0	0	0

x_{ij}

	A	B	C	D	E	F
A	∞	3	7	**4**	∞	∞
B	3	∞	2	∞	∞	9
C	7	2	∞	1	3	6
D	4	∞	1	∞	**3**	∞
E	∞	∞	3	3	∞	**3**
F	∞	9	6	∞	3	∞

d_{ij}

Melhor Estimativa

```
BuscaMelhorEstimativa(A, s_0, G)
1  Γ ← ∅
2  Σ ← {s_0}
3  enquanto Σ ≠ ∅ faça
4    s ← removePrimeiro(Σ)
5    se s ∈ G então devolva caminho(s)
6    Γ ← Γ ∪ {s}
7    insereEmOrdem(sucessoresH(s, A) − Γ, Σ)
8  devolva fracasso
```

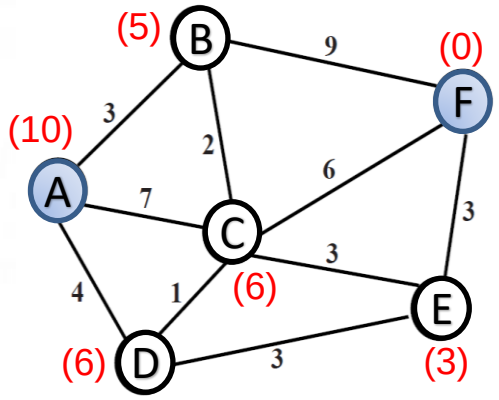
Melhor Estimativa

Passos para construção da árvore:

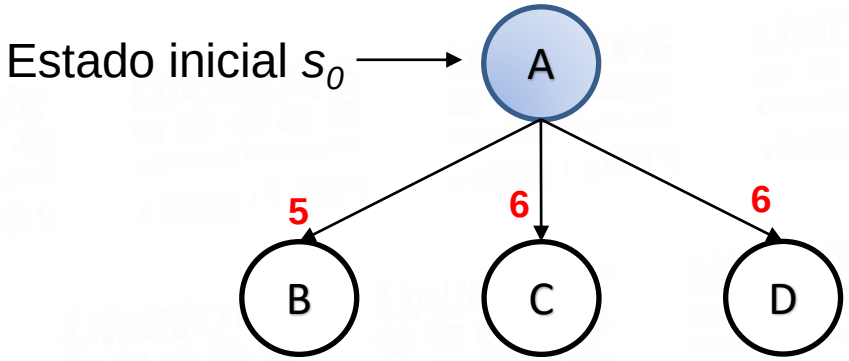
1. Coloque o estado inicial (s_0) na raiz da árvore;
2. Gere os sucessores do estado inicial e coloque-os no nível 1, com seus respectivos custos [f(s)=h(s)];
3. A partir daí, gere os sucessores do estado ***s*** de menor valor associado (usando o conjunto de ações A), independentemente do seu nível ou ramificação. A busca termina quando o estado ***s*** selecionado para gerar sucessores é estado final, ou seja, quando $s \in G$.

Melhor Estimativa

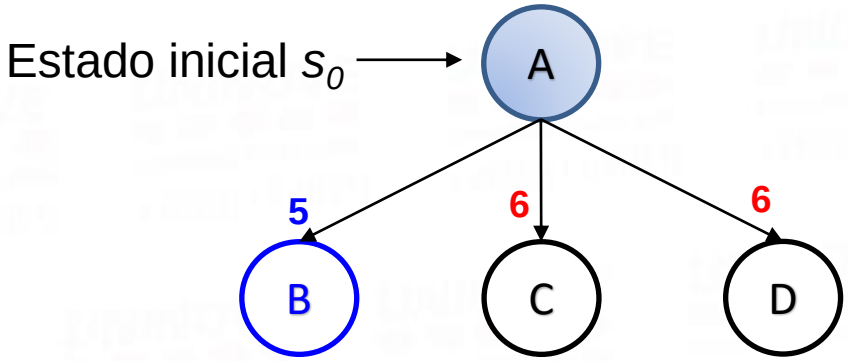
Estado inicial s_0 → A



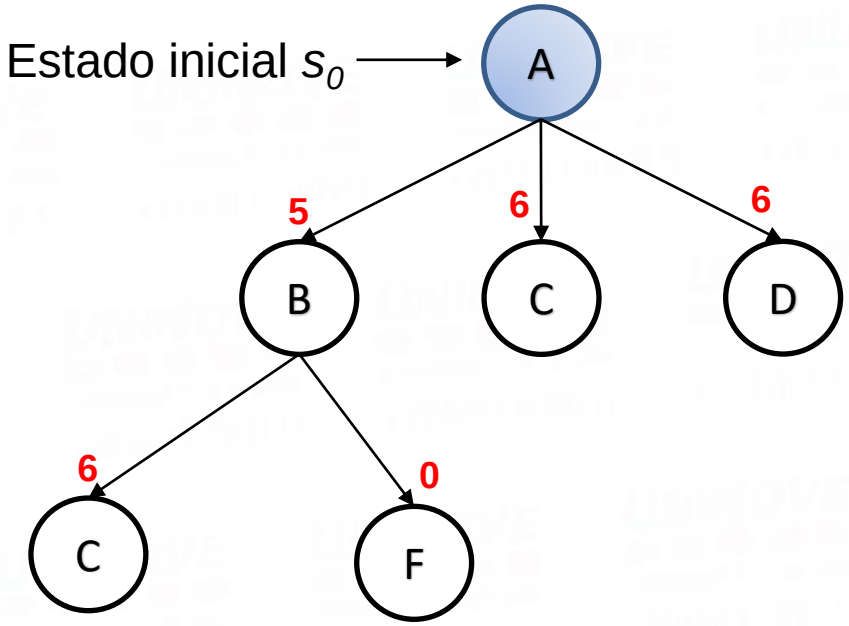
Melhor Estimativa



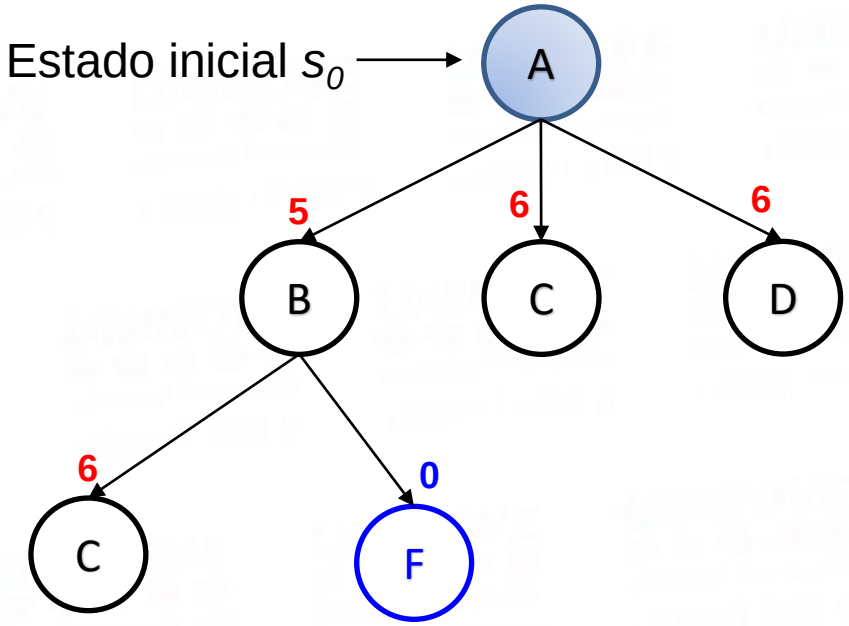
Melhor Estimativa



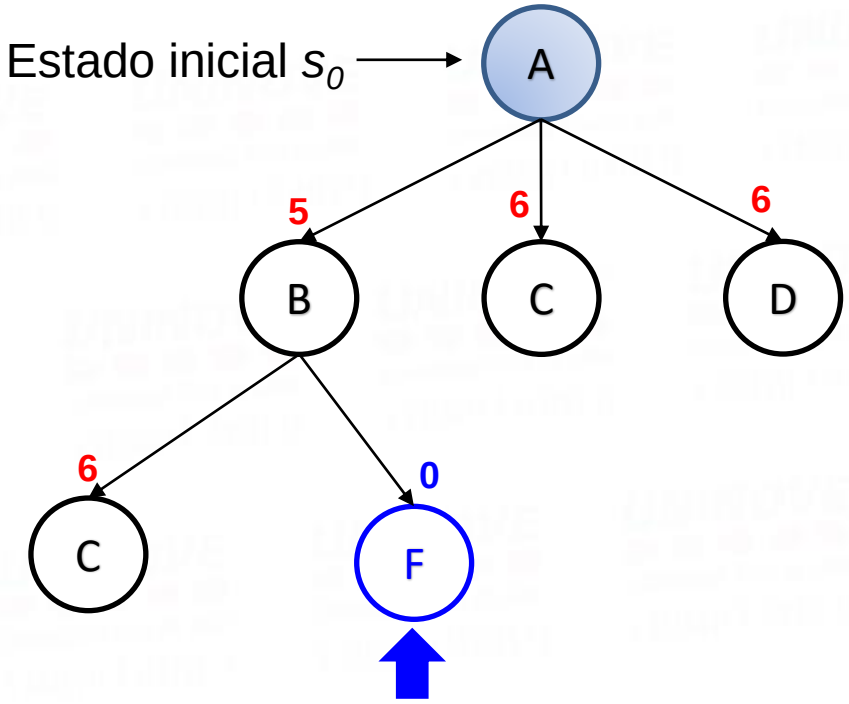
Melhor Estimativa



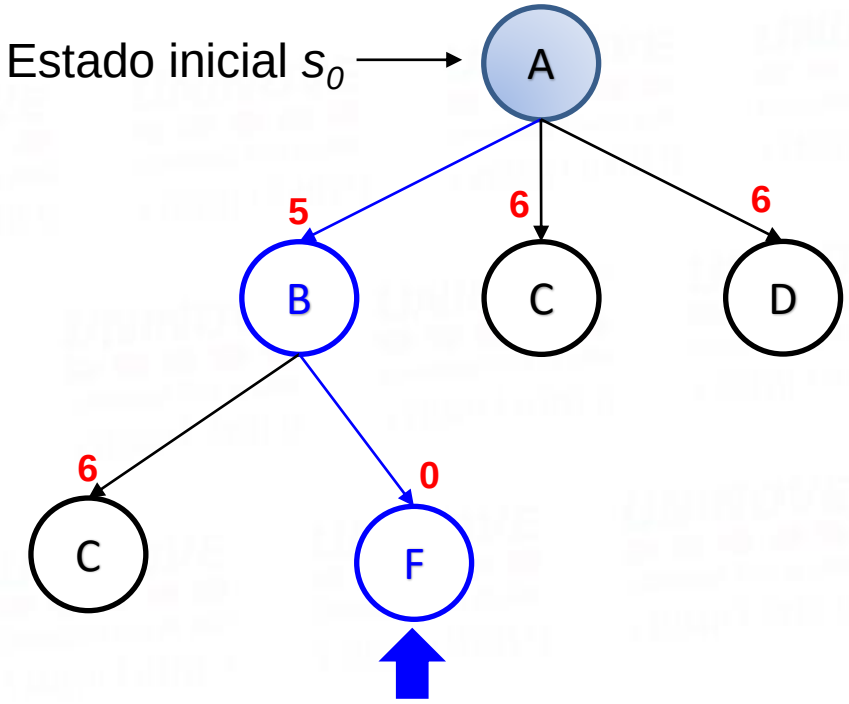
Melhor Estimativa



Melhor Estimativa

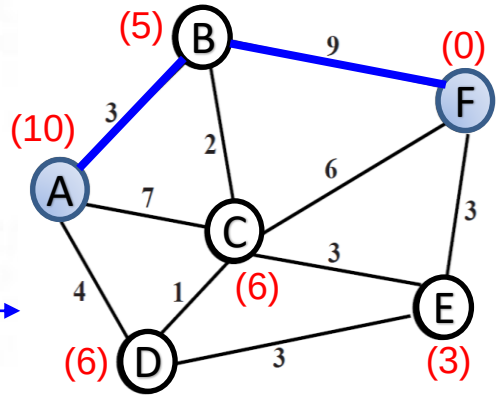


Melhor Estimativa



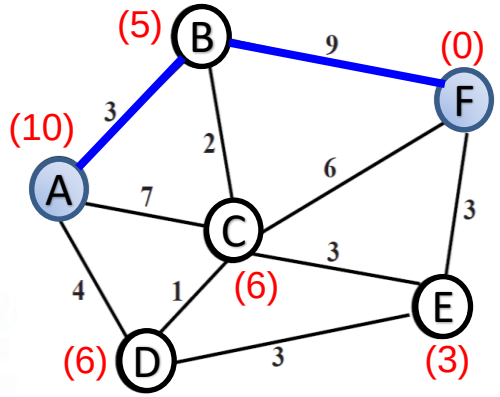
s ∈ G,
Então, fim
da busca

Rota: A, B, F
Custo: 12 km (3+9)



A solução não é ótima!!!

Melhor Estimativa



Solução: $\{x_{12}, x_{26}\}$
Custo z = 1*3+1*9 = 12

	A	B	C	D	E	F
A	0	**1**	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	**1**
C	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0

x_{ij}

	A	B	C	D	E	F
A	∞	**3**	7	4	∞	∞
B	3	∞	2	∞	∞	**9**
C	7	2	∞	1	3	6
D	4	∞	1	∞	3	∞
E	∞	∞	3	3	∞	3
F	∞	9	6	∞	3	∞

d_{ij}

A*

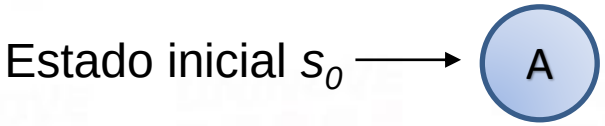
```
BUSCA A*(A, s0, G)
1  Γ ← ∅
2  Σ ← {s0}
3  enquanto Σ ≠ ∅ faça
4    s ← removePrimeiro(Σ)
5    se s ∈ G então devolva caminho(s)
6    Γ ← Γ ∪ {s}
7    insereEmOrdem(sucessoresF(s, A) − Γ, Σ)
8  devolva fracasso
```

A*

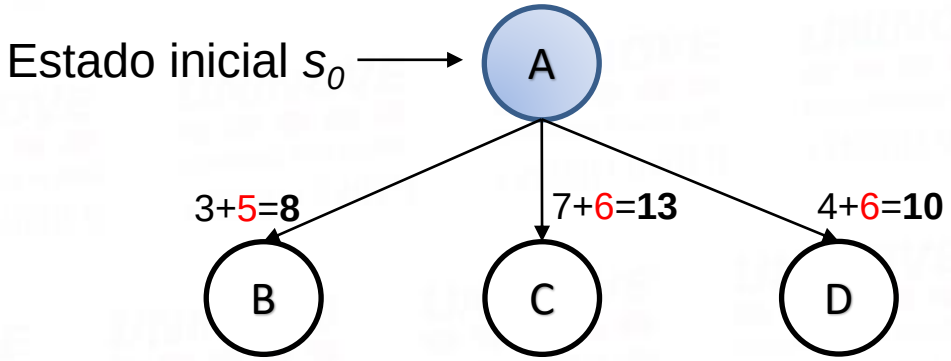
Passos para construção da árvore:

1. Coloque o estado inicial (s_0) na raiz da árvore;
2. Gere os sucessores do estado inicial e coloque-os no nível 1, com seus respectivos custos [f(s)=g(s)+h(s)];
3. A partir daí, gere os sucessores do estado ***s*** de menor valor associado (usando o conjunto de ações A), independentemente do seu nível ou ramificação. A busca termina quando o estado ***s*** selecionado para gerar sucessores é estado final, ou seja, quando $s \in G$.

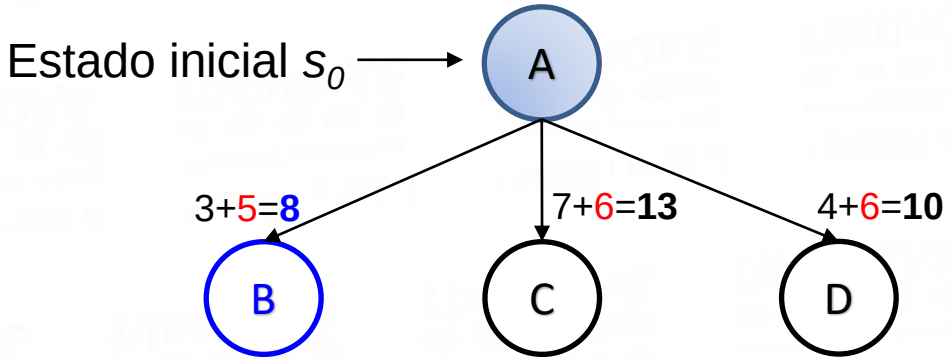
A*



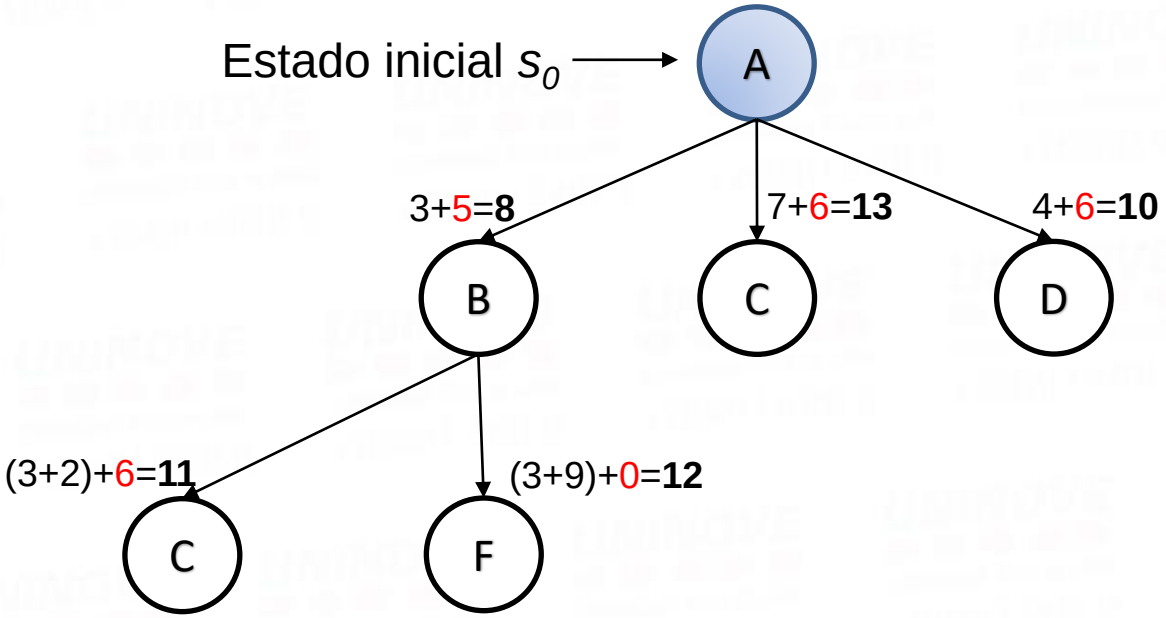
A*



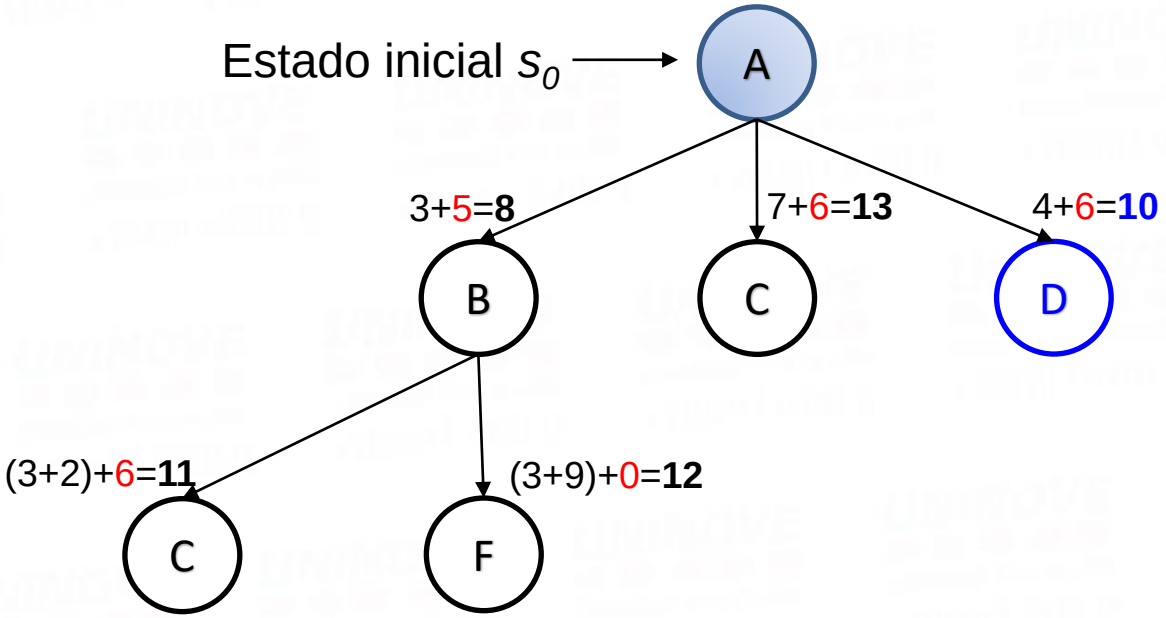
A*



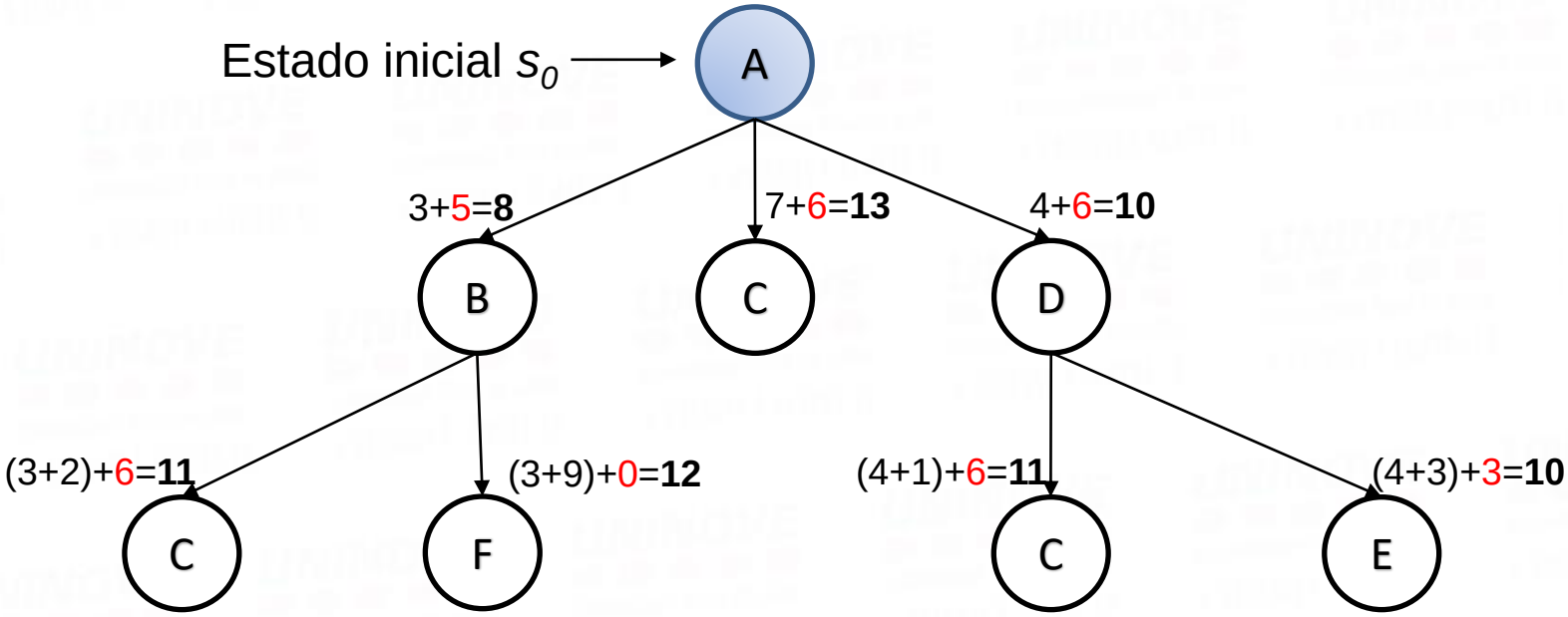
A*



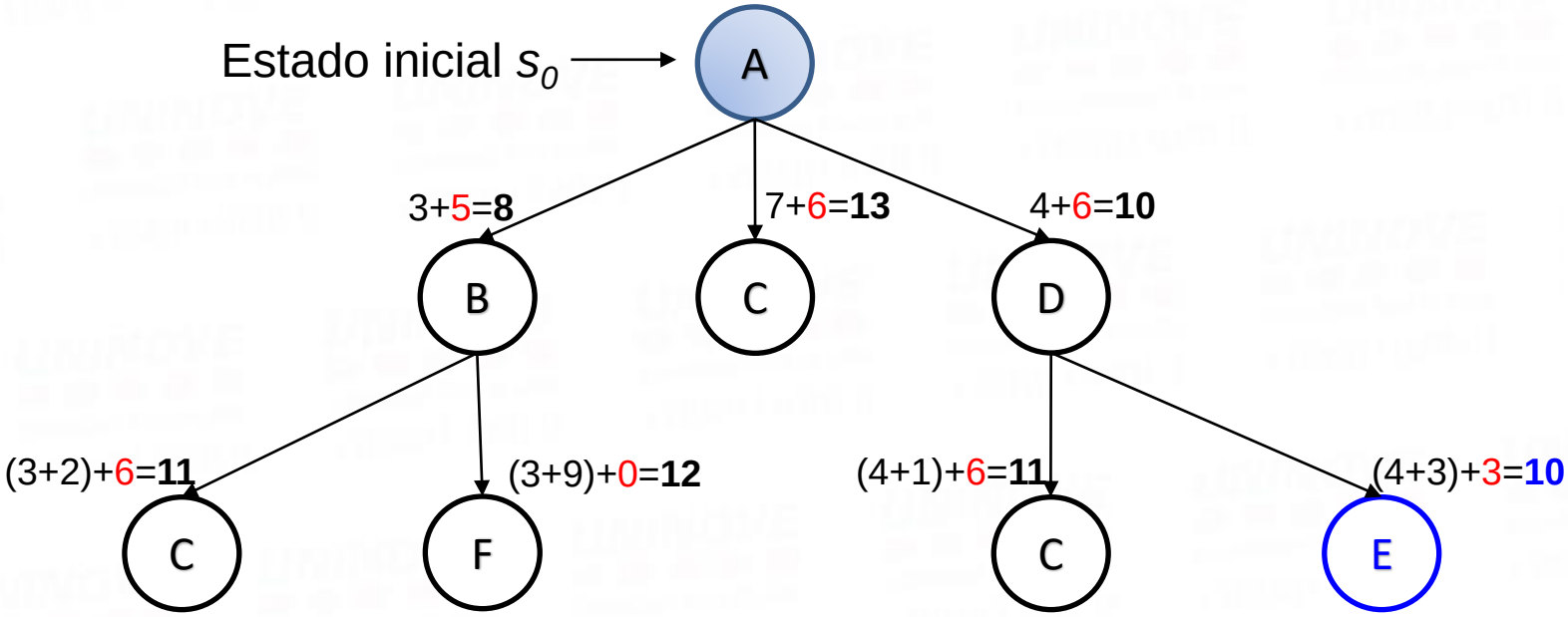
A*



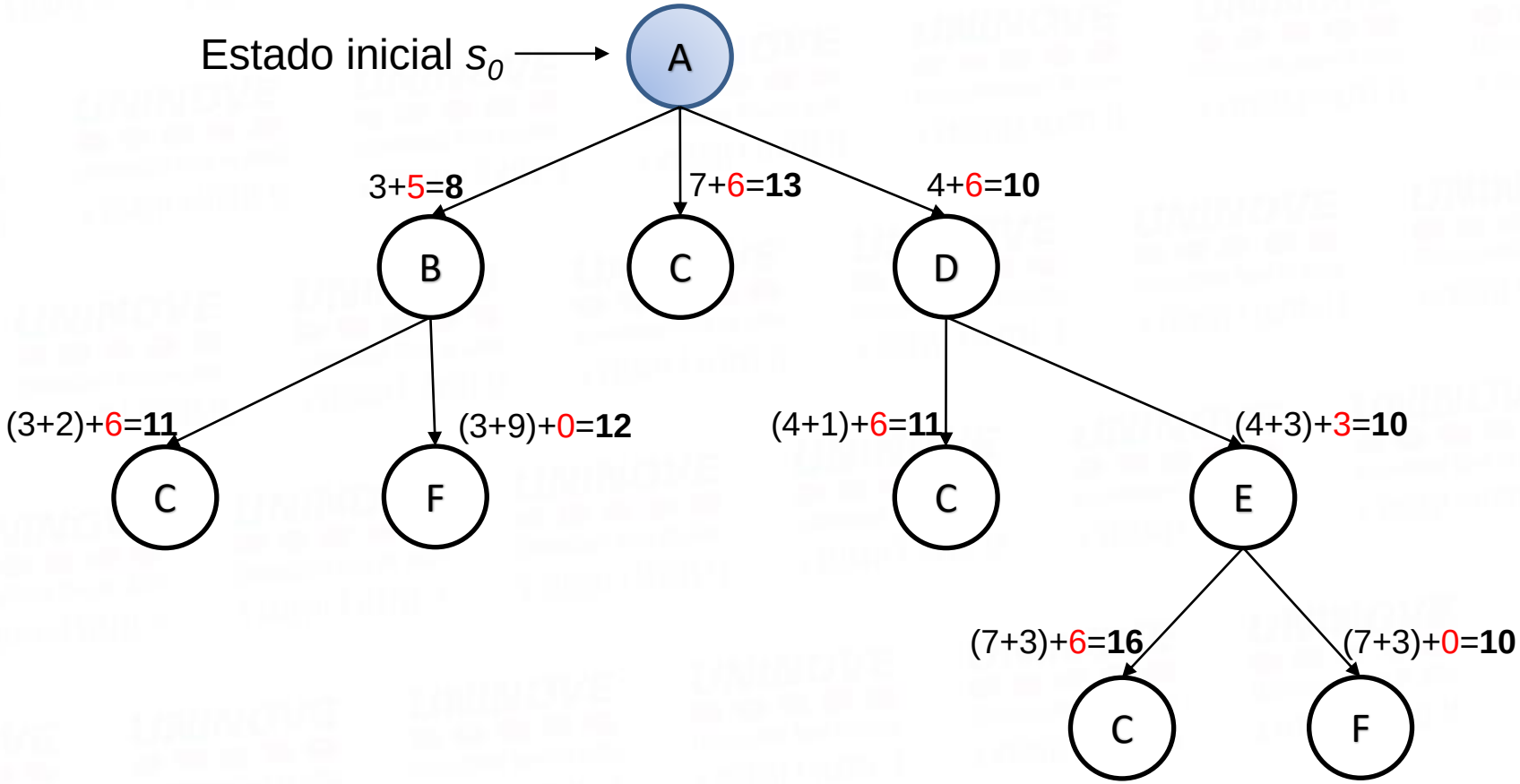
A*



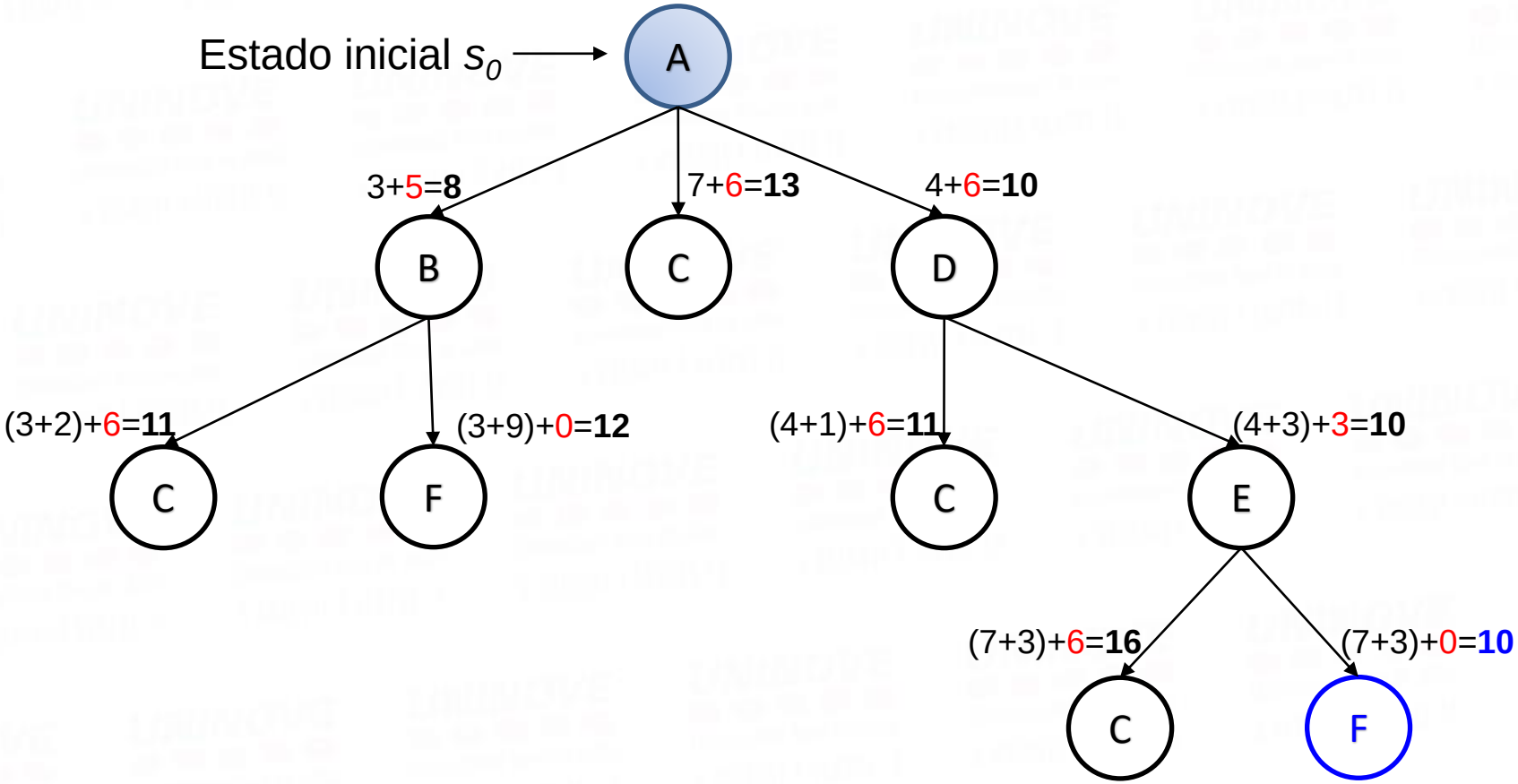
A*



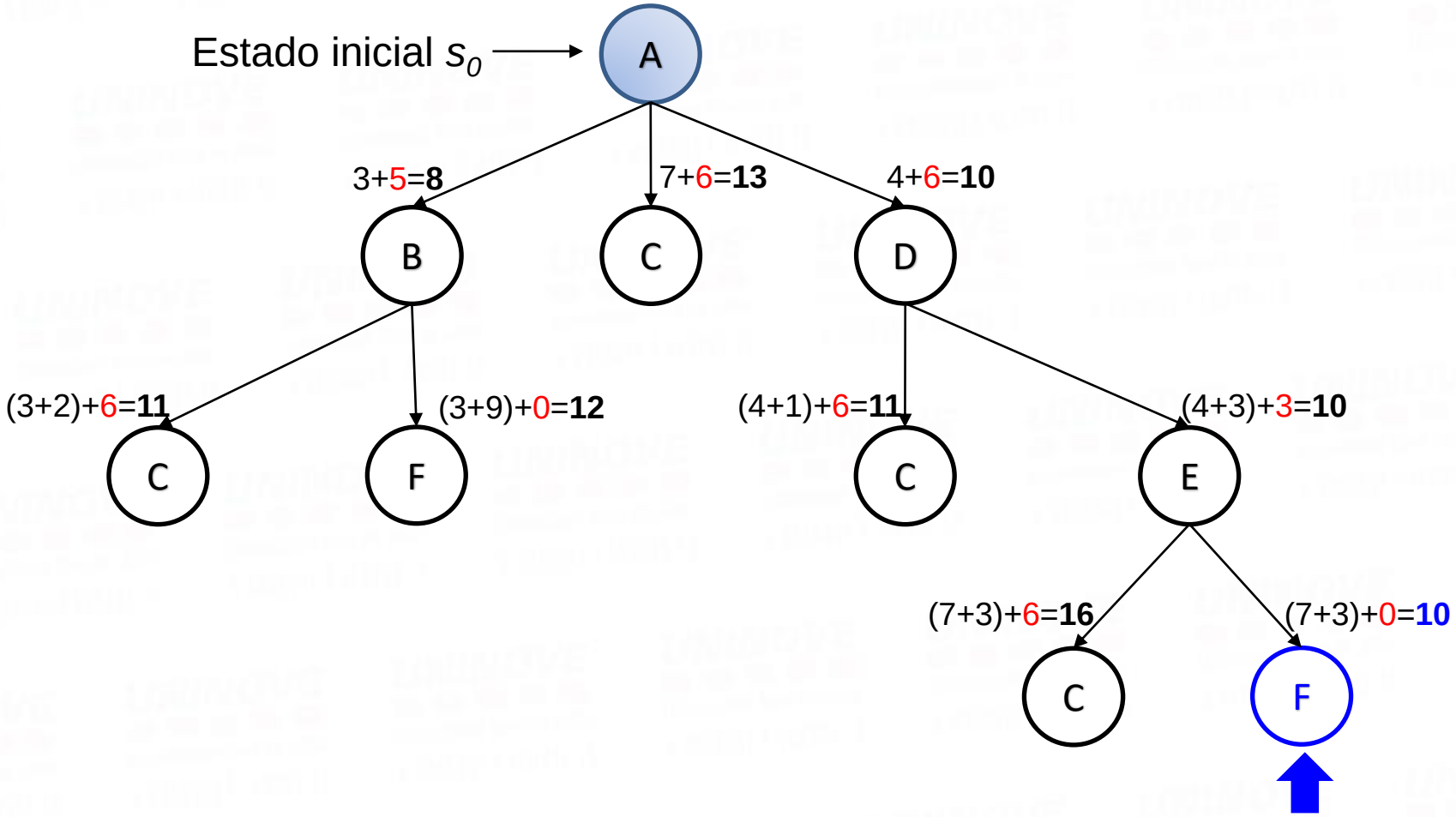
A*



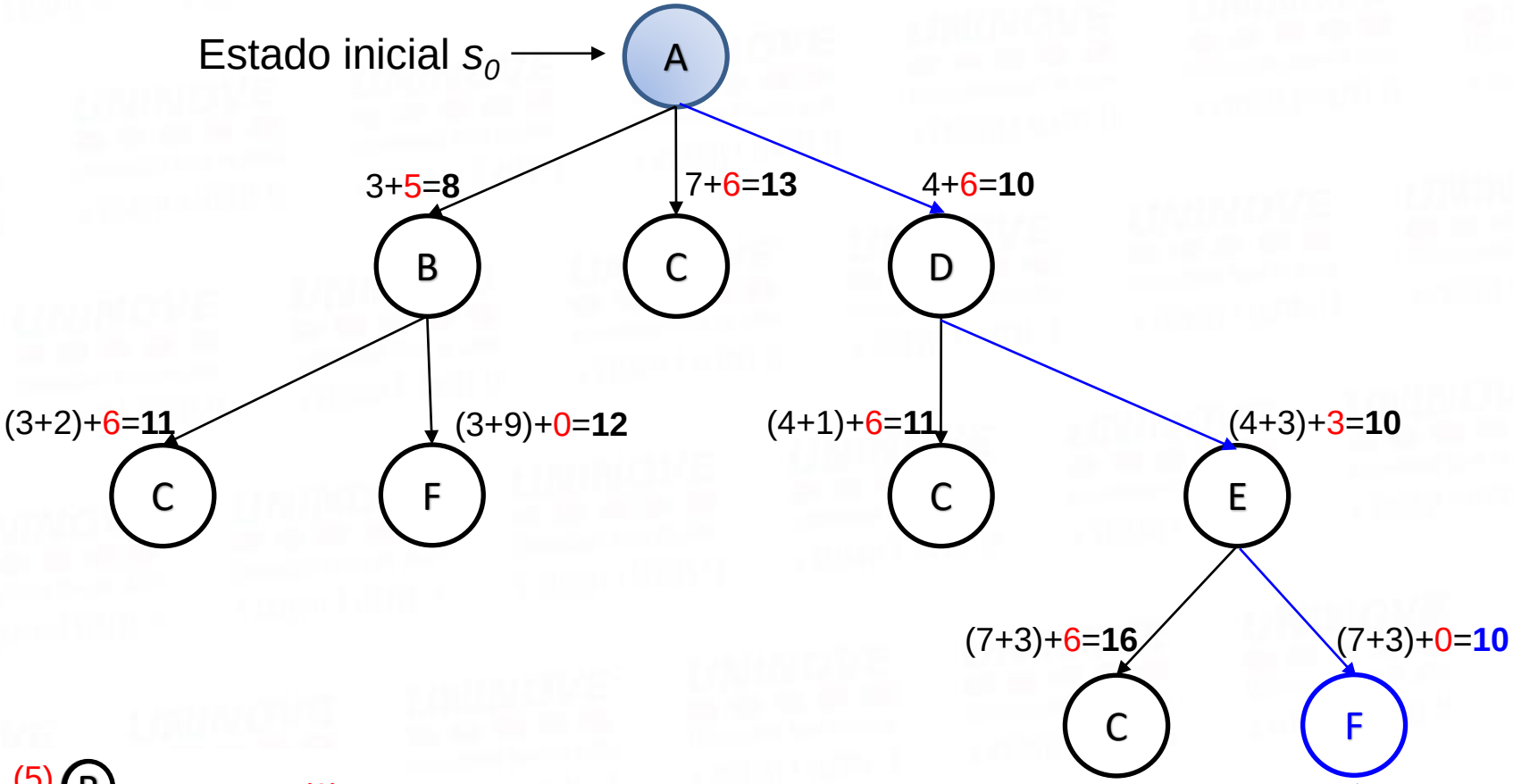
A*

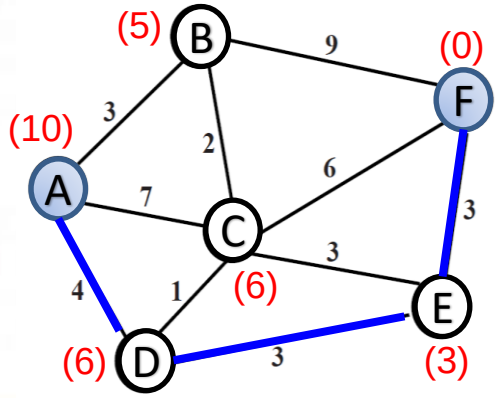


A*



A*





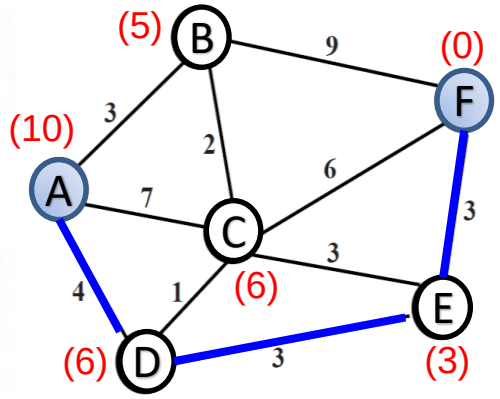
Solução Ótima!!!

Rota: A, D, E, F
Custo: 10 km (4+3+3)

s ∈ G, Então, fim da busca

UNINOVE
Universidade Nove de Julho
A UNINOVE É SEMPRE 10

A*



Solução: $\{x_{14}, x_{45}, x_{56}\}$
Custo z = 1*4+1*3+1*3 = 10

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	**1**	0	0
B	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	**1**	0
E	0	0	0	0	0	**1**
F	0	0	0	0	0	0

x_{ij}

	A	B	C	D	E	F
A	∞	3	7	**4**	∞	∞
B	3	∞	2	∞	∞	9
C	7	2	∞	1	3	6
D	4	∞	1	∞	**3**	∞
E	∞	∞	3	3	∞	**3**
F	∞	9	6	∞	3	∞

d_{ij}

Dúvidas?

UNINOVE
Universidade Nove de Julho
A UNINOVE É SEMPRE 10